

Inferencia: Contraste de hipótesis

Grado en Ingeniería Biomédica

Jorge Calero Sanz

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones
Universidad Rey Juan Carlos

27 de febrero de 2023

Introducción

En capítulos anteriores...

- Hasta la fecha hemos aprendido que a partir de una muestra:
 - Podemos estimar puntualmente el valor de un parámetro desconocido (estimación puntual).

Introducción

Hipótesis estadística

- El peso de los recién nacidos se distribuye como una normal.

Introducción

Hipótesis estadística

- Nuestro objetivo es dar un criterio objetivo para decidir si fue un golpe de suerte o afirmar que la mujer tiene una habilidad extraordinaria.
- Tenemos entonces 2 hipótesis:
 - La mujer acertó de casualidad.

Introducción

Hipótesis estadística

- Nuestro objetivo es dar un criterio objetivo para decidir si fue un golpe de suerte o afirmar que la mujer tiene una habilidad extraordinaria.
- Tenemos entonces 2 hipótesis:
 - La mujer acertó de casualidad. A esta hipótesis la llamamos **hipótesis nula**.
 - La mujer tiene una habilidad extraordinaria.

Introducción

Hipótesis estadística

- Nuestro objetivo es dar un criterio objetivo para decidir si fue un golpe de suerte o afirmar que la mujer tiene una habilidad extraordinaria.
- Tenemos entonces 2 hipótesis:
 - La mujer acertó de casualidad. A esta hipótesis la llamamos **hipótesis nula**.
 - La mujer tiene una habilidad extraordinaria. A esta otra **hipótesis** la llamamos **alternativa**.

Introducción

Hipótesis estadística

- Nuestro objetivo es dar un criterio objetivo para decidir si fue un golpe de suerte o afirmar que la mujer tiene una habilidad extraordinaria.
- Tenemos entonces 2 hipótesis:
 - La mujer acertó de casualidad. A esta hipótesis la llamamos **hipótesis nula**.
 - La mujer tiene una habilidad extraordinaria. A esta otra **hipótesis** la llamamos **alternativa**.

Introducción

Filosofía del contraste: ¿Podemos alcanzar la verdad?

- En la Ciencia, esta filosofía se mantiene: ningún hecho se considera cierto hasta que se aporten las suficientes pruebas que lo demuestren.

Introducción

Filosofía del contraste: ¿Podemos alcanzar la verdad?

- En la Ciencia, esta filosofía se mantiene: ningún hecho se considera cierto hasta que se aporten las suficientes pruebas que lo demuestren.
- Ejemplos: la homeopatía, las pseudociencias, ...

Introducción

Filosofía del contraste: ¿Podemos alcanzar la verdad?

- En la Ciencia, esta filosofía se mantiene: ningún hecho se considera cierto hasta que se aporten las suficientes pruebas que lo demuestren.
- Ejemplos: la homeopatía, las pseudociencias, ...
- Los científicos no aceptamos un resultado como válido hasta que se han aportado las evidencias necesarias para darlo por bueno.

Introducción

Hipótesis nula H_0

- La hipótesis nula (denotada por H_0), consiste en mantener nuestra postura previa.

Introducción

Hipótesis nula H_0

- La hipótesis nula (denotada por H_0), consiste en mantener nuestra postura previa.
- Solo si los hechos son incompatibles con la hipótesis nula la rechazaremos.

Introducción

Hipótesis nula H_0

- La hipótesis nula (denotada por H_0), consiste en mantener nuestra postura previa.
- Solo si los hechos son incompatibles con la hipótesis nula la rechazaremos.
- Si las pruebas son compatibles con la hipótesis nula,

Introducción

Hipótesis nula H_0

- La hipótesis nula (denotada por H_0), consiste en mantener nuestra postura previa.
- Solo si los hechos son incompatibles con la hipótesis nula la rechazaremos.
- Si las pruebas son compatibles con la hipótesis nula, diremos que **puede ser cierta**,

Introducción

Hipótesis nula H_0

- La hipótesis nula (denotada por H_0), consiste en mantener nuestra postura previa.
- Solo si los hechos son incompatibles con la hipótesis nula la rechazaremos.
- Si las pruebas son compatibles con la hipótesis nula, diremos que **puede ser cierta**, pero no afirmaremos que lo sea (de hecho, nunca lo haremos, pues nunca tendremos una certeza absoluta).

Introducción

Hipótesis nula y alternativa

- La hipótesis alternativa (denotada por H_1), es el hecho que queremos contrastar.

Introducción

Hipótesis nula y alternativa

- La hipótesis alternativa (denotada por H_1), es el hecho que queremos contrastar.
- Si los hechos son incompatibles con la hipótesis alternativa la rechazaremos.

Introducción

Hipótesis nula y alternativa

- La hipótesis alternativa (denotada por H_1), es el hecho que queremos contrastar.
- Si los hechos son incompatibles con la hipótesis alternativa la rechazaremos.
- Aceptaremos la hipótesis alternativa si hay las suficientes evidencias que prueban que es cierta.

Introducción

Ejemplo del té

- Volviendo al ejemplo del té. ¿Cuál es la hipótesis nula?

Introducción

Ejemplo del té

- Volviendo al ejemplo del té. ¿Cuál es la hipótesis nula?
- La hipótesis nula es que acertó por pura suerte. ¿Cómo podemos expresar esto numéricamente?

Introducción

Ejemplo del té

- Volviendo al ejemplo del té. ¿Cuál es la hipótesis nula?
- La hipótesis nula es que acertó por pura suerte. ¿Cómo podemos expresar esto numéricamente?
- Esto lo podemos expresar como que la probabilidad de que la acierte una taza es $p = \frac{1}{2}$, es decir, lo haga completamente al azar.

Introducción

Ejemplo del té

- Volviendo al ejemplo del té. ¿Cuál es la hipótesis nula?
- La hipótesis nula es que acertó por pura suerte. ¿Cómo podemos expresar esto numéricamente?
- Esto lo podemos expresar como que la probabilidad de que la acierte una taza es $p = \frac{1}{2}$, es decir, lo haga completamente al azar.
- Análogamente, ¿Cómo definiríamos que la mujer posee alguna cualidad extraordinaria que le permite adivinar el orden?

Introducción

Ejemplo del té

- Volviendo al ejemplo del té. ¿Cuál es la hipótesis nula?
- La hipótesis nula es que acertó por pura suerte. ¿Cómo podemos expresar esto numéricamente?
- Esto lo podemos expresar como que la probabilidad de que la acierte una taza es $p = \frac{1}{2}$, es decir, lo haga completamente al azar.
- Análogamente, ¿Cómo definiríamos que la mujer posee alguna cualidad extraordinaria que le permite adivinar el orden?
- Diríamos que la hipótesis alternativa es $p > \frac{1}{2}$

Introducción

Ejemplo del té

- El experimento de las tazas de té es igual que el de lanzar una moneda 8 veces con probabilidad de sacar cara p

Introducción

Ejemplo del té

- El experimento de las tazas de té es igual que el de lanzar una moneda 8 veces con probabilidad de sacar cara p (una binomial $B(8, p)$).

Introducción

Ejemplo del té

- El experimento de las tazas de té es igual que el de lanzar una moneda 8 veces con probabilidad de sacar cara p (una binomial $B(8, p)$).
- En este caso, la mujer ha acertado las 8 tazas, es lo mismo que decir que hemos acertado las 8 tiradas, y la distribución del número de aciertos es:

$$P(k) = \binom{8}{k} p^k \cdot (1 - p)^{8-k}$$

Introducción

Ejemplo del té

- El experimento de las tazas de té es igual que el de lanzar una moneda 8 veces con probabilidad de sacar cara p (una binomial $B(8, p)$).
- En este caso, la mujer ha acertado las 8 tazas, es lo mismo que decir que hemos acertado las 8 tiradas, y la distribución del número de aciertos es:

$$P(k) = \binom{8}{k} p^k \cdot (1 - p)^{8-k}$$

- La hipótesis nula se convierte en decir que la moneda está equilibrada, y la alternativa en decir que está trucada para favorecer que salgan más caras.

Introducción

Ejemplo del té

- Si consideramos correcta H_0 , podemos decir entonces que $p = \frac{1}{2}$.

Introducción

Ejemplo del té

- Si consideramos correcta H_0 , podemos decir entonces que $p = \frac{1}{2}$.
- Entonces, la distribución del número de aciertos sería:

$$P(k) = \binom{8}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-k}$$

Introducción

Ejemplo del té

- Si consideramos correcta H_0 , podemos decir entonces que $p = \frac{1}{2}$.
- Entonces, la distribución del número de aciertos sería:

$$P(k) = \binom{8}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-k}$$

- La probabilidad de haber acertado las 8 tazas es $P(k = 8) = 1/2^8 = 1/1024$

Introducción

Ejemplo del té

- Si consideramos correcta H_0 , podemos decir entonces que $p = \frac{1}{2}$.
- Entonces, la distribución del número de aciertos sería:

$$P(k) = \binom{8}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-k}$$

- La probabilidad de haber acertado las 8 tazas es $P(k = 8) = 1/2^8 = 1/1024$

Introducción

Región de aceptación y región crítica

- Volvamos al caso general donde desconocemos cuanto vale p .

Introducción

Región de aceptación y región crítica

- Volvamos al caso general donde desconocemos cuanto vale p .
- Ahora dividimos en 2 regiones distintas todos los sucesos posibles (que son de 0 a 8 aciertos).

Introducción

Región de aceptación y región crítica

- Volvamos al caso general donde desconocemos cuanto vale p .
- Ahora dividimos en 2 regiones distintas todos los sucesos posibles (que son de 0 a 8 aciertos).
- La **región de aceptación** si se producen menos de $n_c = 6$ aciertos.

Introducción

Región de aceptación y región crítica

- Volvamos al caso general donde desconocemos cuanto vale p .
- Ahora dividimos en 2 regiones distintas todos los sucesos posibles (que son de 0 a 8 aciertos).
- La **región de aceptación** si se producen menos de $n_c = 6$ aciertos.
- La **región de rechazo** si se producen $n_c = 6$ aciertos o más.

Introducción

Región de aceptación y región crítica

- Volvamos al caso general donde desconocemos cuanto vale p .
- Ahora dividimos en 2 regiones distintas todos los sucesos posibles (que son de 0 a 8 aciertos).
- La **región de aceptación** si se producen menos de $n_c = 6$ aciertos.
- La **región de rechazo** si se producen $n_c = 6$ aciertos o más.
- Con estas 2 regiones, aceptaremos H_0 si $n < n_c$, y la rechazaremos si $n \geq n_c$.
- La cantidad n_c que marca la distinción entre las dos regiones ha sido elegida arbitrariamente aunque atendiendo un poco al *sentido común* (luego arreglamos esto).

Introducción

Tipos de errores

- Nos encontramos ante 4 posibilidades:
 - Aceptar H_0 y que sea correcta

Introducción

Tipos de errores

- Nos encontramos ante 4 posibilidades:
 - Aceptar H_0 y que sea correcta o rechazar H_0 y que la correcta sea la alternativa.

Introducción

Tipos de errores

- Nos encontramos ante 4 posibilidades:
 - Aceptar H_0 y que sea correcta o rechazar H_0 y que la correcta sea la alternativa. En ambos casos estamos haciendo las cosas bien.

Introducción

Tipos de errores

- Nos encontramos ante 4 posibilidades:
 - Aceptar H_0 y que sea correcta o rechazar H_0 y que la correcta sea la alternativa. En ambos casos estamos haciendo las cosas bien.
 - Sin embargo, también podemos cometer 2 tipos de errores:

Introducción

Error tipo I

- Podemos rechazar la hipótesis nula, cuando realmente es la correcta

Introducción

Error tipo I

- Podemos rechazar la hipótesis nula, cuando realmente es la correcta (en nuestro ejemplo, admitir que la mujer tiene una habilidad extraordinaria cuando en realidad ha sido pura suerte).

Introducción

Error tipo I

- Podemos rechazar la hipótesis nula, cuando realmente es la correcta (en nuestro ejemplo, admitir que la mujer tiene una habilidad extraordinaria cuando en realidad ha sido pura suerte).
- El primer error se conoce como **error de tipo I**.

Introducción

Error tipo I

- Podemos rechazar la hipótesis nula, cuando realmente es la correcta (en nuestro ejemplo, admitir que la mujer tiene una habilidad extraordinaria cuando en realidad ha sido pura suerte).
- El primer error se conoce como **error de tipo I**.

Error tipo II

- El otro error es aceptar la hipótesis nula, cuando realmente es la mujer tiene un paladar excepcional.

Introducción

Error tipo I

- Podemos rechazar la hipótesis nula, cuando realmente es la correcta (en nuestro ejemplo, admitir que la mujer tiene una habilidad extraordinaria cuando en realidad ha sido pura suerte).
- El primer error se conoce como **error de tipo I**.

Error tipo II

- El otro error es aceptar la hipótesis nula, cuando realmente es la mujer tiene un paladar excepcional.
- El segundo error se conoce como **error de tipo II**.

Introducción

Error tipo I

- Podemos rechazar la hipótesis nula, cuando realmente es la correcta (en nuestro ejemplo, admitir que la mujer tiene una habilidad extraordinaria cuando en realidad ha sido pura suerte).
- El primer error se conoce como **error de tipo I**.

Error tipo II

- El otro error es aceptar la hipótesis nula, cuando realmente es la mujer tiene un paladar excepcional.
- El segundo error se conoce como **error de tipo II**.
- Los 2 errores tendrán una probabilidad de ocurrir.

Introducción

Error tipo I

- Podemos rechazar la hipótesis nula, cuando realmente es la correcta (en nuestro ejemplo, admitir que la mujer tiene una habilidad extraordinaria cuando en realidad ha sido pura suerte).
- El primer error se conoce como **error de tipo I**.

Error tipo II

- El otro error es aceptar la hipótesis nula, cuando realmente es la mujer tiene un paladar excepcional.
- El segundo error se conoce como **error de tipo II**.
- Los 2 errores tendrán una probabilidad de ocurrir.

Introducción

Error tipo I

- La probabilidad de que ocurra el error tipo I, es decir, $P(\text{error tipo I})$,

Introducción

Error tipo I

- La probabilidad de que ocurra el error tipo I, es decir, $P(\text{error tipo I})$, se denota por α y se llama **nivel de significación**.

Introducción

Error tipo I

- La probabilidad de que ocurra el error tipo I, es decir, $P(\text{error tipo I})$, se denota por α y se llama **nivel de significación**.

$$\alpha = P(\text{error tipo I})$$

Introducción

Error tipo I

- La probabilidad de que ocurra el error tipo I, es decir, $P(\text{error tipo I})$, se denota por α y se llama **nivel de significación**.

$$\alpha = P(\text{error tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 | H_0 \text{ es cierta})$$

Introducción

Ejemplo del té

- Calcular el valor de α para el caso del té.

Introducción

Ejemplo del té

- Calcular el valor de α para el caso del té. .
- Solución:

$$\alpha = P(\text{error tipo I})$$

Introducción

Ejemplo del té

- Calcular el valor de α para el caso del té. .
- Solución:

$$\alpha = P(\text{error tipo I}) = P(n \geq n_c |$$

Introducción

Ejemplo del té

- Calcular el valor de α para el caso del té. .
- Solución:

$$\alpha = P(\text{error tipo I}) = P(n \geq n_c | p = 1/2)$$

Introducción

Ejemplo del té

- Calcular el valor de α para el caso del té. .
- Solución:

$$\begin{aligned}\alpha &= P(\text{error tipo I}) = P(n \geq n_c | p = 1/2) = \\ &= \sum_{n=6}^8 \binom{8}{n} (1/2)^8 = \frac{37}{256} = 0.14453\end{aligned}$$

Introducción

Ejemplo del té

- Calcular el valor de α para el caso del té. .
- Solución:

$$\begin{aligned}\alpha &= P(\text{error tipo I}) = P(n \geq n_c | p = 1/2) = \\ &= \sum_{n=6}^8 \binom{8}{n} (1/2)^8 = \frac{37}{256} = 0.14453\end{aligned}$$

Introducción

Error tipo I

- Decimos entonces que H_0 ($p = 1/2$) se está probando con un nivel de significación $\alpha = 0.144$

Introducción

Error tipo I

- Decimos entonces que H_0 ($p = 1/2$) se está probando con un nivel de significación $\alpha = 0.144$

Error tipo II

- Análogamente, podemos definir la probabilidad del error tipo II como:

$$\beta = P(\text{error tipo II})$$

Introducción

Error tipo I

- Decimos entonces que H_0 ($p = 1/2$) se está probando con un nivel de significación $\alpha = 0.144$

Error tipo II

- Análogamente, podemos definir la probabilidad del error tipo II como:

$$\beta = P(\text{error tipo II}) = P(\text{Aceptar } H_0 | H_0 \text{ es falsa})$$

- Se define la **potencia** del test como $1 - \beta$

Introducción

Errores tipo I y II

- ¿Cuál de los 2 errores es más fácil calcular: α o β ?

Introducción

Errores tipo I y II

- ¿Cuál de los 2 errores es más fácil calcular: α o β ?
- α ya lo conocemos, pero... ¿y β ?

Introducción

Errores tipo I y II

- ¿Cuál de los 2 errores es más fácil calcular: α o β ?
- α ya lo conocemos, pero... ¿y β ?

$$\beta = P(\text{Aceptar } H_0 | H_1 \text{ es correcta})$$

Introducción

Errores tipo I y II

- ¿Cuál de los 2 errores es más fácil calcular: α o β ?
- α ya lo conocemos, pero... ¿y β ?

$$\begin{aligned}\beta &= P(\text{Aceptar } H_0 | H_1 \text{ es correcta}) = \\ &= P(n < n_c | p > 1/2)\end{aligned}$$

Introducción

Errores tipo I y II

- ¿Cuál de los 2 errores es más fácil calcular: α o β ?
- α ya lo conocemos, pero... ¿y β ?

$$\begin{aligned}\beta &= P(\text{Aceptar } H_0 | H_1 \text{ es correcta}) = \\ &= P(n < n_c | p > 1/2)\end{aligned}$$

- En general, calcular la potencia del test no es fácil (veremos como hacerlo más adelante).

Introducción

Errores tipo I y II

- ¿Cuál de los 2 errores es más fácil calcular: α o β ?
- α ya lo conocemos, pero... ¿y β ?

$$\begin{aligned}\beta &= P(\text{Aceptar } H_0 | H_1 \text{ es correcta}) = \\ &= P(n < n_c | p > 1/2)\end{aligned}$$

- En general, calcular la potencia del test no es fácil (veremos como hacerlo más adelante).
- Se dice entonces que rechazar H_0 es una conclusión fuerte, mientras que aceptar H_0 es una conclusión débil (y por eso se suele decir *no rechazar H_0*).

Introducción

Valor crítico

- Hasta el momento, todo parece tener sentido, pero ...

Introducción

Valor crítico

- Hasta el momento, todo parece tener sentido, pero ... ¿Por qué hemos fijado $n_c = 6$? ¿Porqué no tomar otro valor que separe las regiones de aceptación y rechazo?

Introducción

Valor crítico

- Hasta el momento, todo parece tener sentido, pero ... ¿Por qué hemos fijado $n_c = 6$? ¿Porqué no tomar otro valor que separe las regiones de aceptación y rechazo?
- En el caso anterior, hemos tomado un valor n_c y calculado a partir de ahí el valor de α , pero se hace al revés.

Introducción

Valor crítico

- Hasta el momento, todo parece tener sentido, pero ... ¿Por qué hemos fijado $n_c = 6$? ¿Porqué no tomar otro valor que separe las regiones de aceptación y rechazo?
- En el caso anterior, hemos tomado un valor n_c y calculado a partir de ahí el valor de α , pero se hace al revés.
- Se toma un nivel de significación α , y se calcula el valor crítico n_c .

Introducción

Valor crítico

- Hasta el momento, todo parece tener sentido, pero ... ¿Por qué hemos fijado $n_c = 6$? ¿Por qué no tomar otro valor que separe las regiones de aceptación y rechazo?
- En el caso anterior, hemos tomado un valor n_c y calculado a partir de ahí el valor de α , pero se hace al revés.
- Se toma un nivel de significación α , y se calcula el valor crítico n_c .
- Si fijamos un nivel de significación $\alpha = 0.144$, tendríamos:

$$\alpha = 0.144 = P(n \geq n_c | p = 1/2)$$

Introducción

Valor crítico

- En el ejemplo del té, para un nivel $\alpha = 0.144$ tenemos que $n_c = 6$,

Introducción

Valor crítico

- En el ejemplo del té, para un nivel $\alpha = 0.144$ tenemos que $n_c = 6$, y como del experimento hemos obtenido $n = 8 > n_c = 6$,

Introducción

Valor crítico

- En el ejemplo del té, para un nivel $\alpha = 0.144$ tenemos que $n_c = 6$, y como del experimento hemos obtenido $n = 8 > n_c = 6$, podemos concluir que **rechazamos la hipótesis nula**.

Introducción

Valor crítico

- En el ejemplo del té, para un nivel $\alpha = 0.144$ tenemos que $n_c = 6$, y como del experimento hemos obtenido $n = 8 > n_c = 6$, podemos concluir que **rechazamos la hipótesis nula**.
- Estamos aceptando que hay evidencia de que $p > 1/2$.

Introducción

Valor crítico

- En el ejemplo del té, para un nivel $\alpha = 0.144$ tenemos que $n_c = 6$, y como del experimento hemos obtenido $n = 8 > n_c = 6$, podemos concluir que **rechazamos la hipótesis nula**.
- Estamos aceptando que hay evidencia de que $p > 1/2$.

Introducción

Resumen

- Un contraste de hipótesis sigue las siguientes fases:

Introducción

Resumen

- Un contraste de hipótesis sigue las siguientes fases:
 - Formular dos hipótesis *enfrentadas* H_0 y H_1 (enfrentadas en el sentido de que no pueden ocurrir las 2 a la vez).

Introducción

Resumen

- Un contraste de hipótesis sigue las siguientes fases:
 - Formular dos hipótesis *enfrentadas* H_0 y H_1 (enfrentadas en el sentido de que no pueden ocurrir las 2 a la vez).
 - Identificar un estadístico de contraste obtenido a partir de la muestra (en nuestro caso, el número de aciertos de la mujer) y ver la distribución asumiendo H_0 (una binomial $B(8, 1/2)$).

Introducción

Resumen

- Un contraste de hipótesis sigue las siguientes fases:
 - Formular dos hipótesis *enfrentadas* H_0 y H_1 (enfrentadas en el sentido de que no pueden ocurrir las 2 a la vez).
 - Identificar un estadístico de contraste obtenido a partir de la muestra (en nuestro caso, el número de aciertos de la mujer) y ver la distribución asumiendo H_0 (una binomial $B(8, 1/2)$).
 - Por último, una regla de decisión sobre qué hipótesis tomar que suele ser fijando el nivel de significación α .

Introducción

Resumen

- Un contraste de hipótesis sigue las siguientes fases:
 - Formular dos hipótesis *enfrentadas* H_0 y H_1 (enfrentadas en el sentido de que no pueden ocurrir las 2 a la vez).
 - Identificar un estadístico de contraste obtenido a partir de la muestra (en nuestro caso, el número de aciertos de la mujer) y ver la distribución asumiendo H_0 (una binomial $B(8, 1/2)$).
 - Por último, una regla de decisión sobre qué hipótesis tomar que suele ser fijando el nivel de significación α .

Introducción

Resumen

- ¿Qué hubiera pasado si la mujer hubiese acertado 6 tazas, en vez de 8?

Introducción

Resumen

- ¿Qué hubiera pasado si la mujer hubiese acertado 6 tazas, en vez de 8?
- Fijando $\alpha = 0.144$, hubiésemos obtenido el mismo valor crítico $n_c = 6$.
- ¿Y ahora cómo tomamos una decisión?

Introducción

Resumen

- ¿Qué hubiera pasado si la mujer hubiese acertado 6 tazas, en vez de 8?
- Fijando $\alpha = 0.144$, hubiésemos obtenido el mismo valor crítico $n_c = 6$.
- ¿Y ahora cómo tomamos una decisión?
- Cuando el valor observado está muy alejado del valor crítico,

Introducción

Resumen

- ¿Qué hubiera pasado si la mujer hubiese acertado 6 tazas, en vez de 8?
- Fijando $\alpha = 0.144$, hubiésemos obtenido el mismo valor crítico $n_c = 6$.
- ¿Y ahora cómo tomamos una decisión?
- Cuando el valor observado está muy alejado del valor crítico, tenemos una fuerte evidencia de rechazar H_0 , pero puede no ocurrir siempre.

Introducción

p valor

- Estos test dependen en gran medida del valor α tomado.

Introducción

p valor

- Estos test dependen en gran medida del valor α tomado.
- Si hubiéramos tomado $\alpha = 0.05$, habríamos obtenido otro n_c , y lo mismo eligiendo $\alpha = 0.01$ o cualquier otro.

Introducción

p valor

- Estos test dependen en gran medida del valor α tomado.
- Si hubiéramos tomado $\alpha = 0.05$, habríamos obtenido otro n_c , y lo mismo eligiendo $\alpha = 0.01$ o cualquier otro.
- A este contraste se le conoce por **método de valor crítico**.

Introducción

p valor

- Estos test dependen en gran medida del valor α tomado.
- Si hubiéramos tomado $\alpha = 0.05$, habríamos obtenido otro n_c , y lo mismo eligiendo $\alpha = 0.01$ o cualquier otro.
- A este contraste se le conoce por **método de valor crítico**.
- La pregunta es: ¿Cómo elegimos el valor de α ?

Introducción

p valor

- Estos test dependen en gran medida del valor α tomado.
- Si hubiéramos tomado $\alpha = 0.05$, habríamos obtenido otro n_c , y lo mismo eligiendo $\alpha = 0.01$ o cualquier otro.
- A este contraste se le conoce por **método de valor crítico**.
- La pregunta es: ¿Cómo elegimos el valor de α ?
- Para resolvernos un poco la papeleta, tenemos lo que se conoce por el p – *valor*.

Introducción

p valor

- Estos test dependen en gran medida del valor α tomado.
- Si hubiéramos tomado $\alpha = 0.05$, habríamos obtenido otro n_c , y lo mismo eligiendo $\alpha = 0.01$ o cualquier otro.
- A este contraste se le conoce por **método de valor crítico**.
- La pregunta es: ¿Cómo elegimos el valor de α ?
- Para resolvernos un poco la papeleta, tenemos lo que se conoce por el p – *valor*.

Introducción

p valor

- Volvamos al caso del té, y suponemos primero que acertó 8

Introducción

p valor

- Volvamos al caso del té, y suponemos primero que acertó 8 y luego suponemos que acertó 5. Observemos la siguiente gráfica:

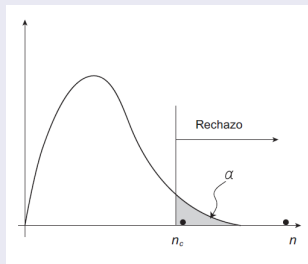


Figura: Gráfica de la distr. de aciertos suponiendo $H_0 : p = 1/2$ para una significación α

Introducción

p valor

- El p valor se define como el nivel de significación que hace que el test no pueda tomar una decisión para **la muestra dada** suponiendo H_0 .

Introducción

p valor

- El p valor se define como el nivel de significación que hace que el test no pueda tomar una decisión para **la muestra dada** suponiendo H_0 .
- Si contamos el caso de 8 aciertos, el p valor es:

Introducción

p valor

- El p valor se define como el nivel de significación que hace que el test no pueda tomar una decisión para **la muestra dada** suponiendo H_0 .
- Si contamos el caso de 8 aciertos, el p valor es:

p valor

Introducción

p valor

- El p valor se define como el nivel de significación que hace que el test no pueda tomar una decisión para **la muestra dada** suponiendo H_0 .
- Si contamos el caso de 8 aciertos, el p valor es:

$$p \text{ valor} = P(n \geq 8 | p = 1/2)$$

Introducción

p valor

- El p valor se define como el nivel de significación que hace que el test no pueda tomar una decisión para **la muestra dada** suponiendo H_0 .
- Si contamos el caso de 8 aciertos, el p valor es:

$$p \text{ valor} = P(n \geq 8 | p = 1/2) = (1/2)^8 = 1/256 = 0,003$$

Introducción

p valor

- El p valor se define como el nivel de significación que hace que el test no pueda tomar una decisión para **la muestra dada** suponiendo H_0 .

- Si contamos el caso de 8 aciertos, el p valor es:

$$p \text{ valor} = P(n \geq 8 | p = 1/2) = (1/2)^8 = 1/256 = 0,003$$

- Si contamos el caso de 6 aciertos, el p valor es:

Introducción

p valor

- El p valor se define como el nivel de significación que hace que el test no pueda tomar una decisión para **la muestra dada** suponiendo H_0 .

- Si contamos el caso de 8 aciertos, el p valor es:

$$p \text{ valor} = P(n \geq 8 | p = 1/2) = (1/2)^8 = 1/256 = 0,003$$

- Si contamos el caso de 6 aciertos, el p valor es:

$$p \text{ valor} = P(n \geq 6 | p = 1/2) = (1/2)^8 = 9/256 = 0.144$$

Introducción

p valor

- El p valor se define como el nivel de significación que hace que el test no pueda tomar una decisión para **la muestra dada** suponiendo H_0 .

- Si contamos el caso de 8 aciertos, el p valor es:

$$p \text{ valor} = P(n \geq 8 | p = 1/2) = (1/2)^8 = 1/256 = 0,003$$

- Si contamos el caso de 6 aciertos, el p valor es:

$$p \text{ valor} = P(n \geq 6 | p = 1/2) = (1/2)^8 = 9/256 = 0.144$$

- En ambas ecuaciones, hemos cambiado n_c por el valor que obtenemos en cada muestra.

Introducción

p valor

- El p valor se entiende como la probabilidad de que la región de rechazo comenzase justo en el valor del estadístico obtenido por la muestra.

Introducción

p valor

- El p valor se entiende como la probabilidad de que la región de rechazo comenzase justo en el valor del estadístico obtenido por la muestra.
- O también, mide la probabilidad de que por azar haya salido una muestra *tanto o más extraña que* la obtenida.

Introducción

p valor

- El p valor se entiende como la probabilidad de que la región de rechazo comenzase justo en el valor del estadístico obtenido por la muestra.
- O también, mide la probabilidad de que por azar haya salido una muestra *tanto o más extraña que* la obtenida.
- Hay que tener en cuenta que el p valor depende de la muestra observada.

Introducción

p valor

- El p valor se entiende como la probabilidad de que la región de rechazo comenzase justo en el valor del estadístico obtenido por la muestra.
- O también, mide la probabilidad de que por azar haya salido una muestra *tanto o más extraña que* la obtenida.
- Hay que tener en cuenta que el p valor depende de la muestra observada.
- Ahora podemos comparar el p valor con α y decir que:
 - Si $p > \alpha$, entonces no podemos rechazar la hipótesis nula.

Introducción

p valor

- El p valor se entiende como la probabilidad de que la región de rechazo comenzase justo en el valor del estadístico obtenido por la muestra.
- O también, mide la probabilidad de que por azar haya salido una muestra *tanto o más extraña que* la obtenida.
- Hay que tener en cuenta que el p valor depende de la muestra observada.
- Ahora podemos comparar el p valor con α y decir que:
 - Si $p > \alpha$, entonces no podemos rechazar la hipótesis nula.
 - Si $p \leq \alpha$, entonces si podemos rechazarla.

Introducción

p valor

- El p valor se entiende como la probabilidad de que la región de rechazo comenzase justo en el valor del estadístico obtenido por la muestra.
- O también, mide la probabilidad de que por azar haya salido una muestra *tanto o más extraña que* la obtenida.
- Hay que tener en cuenta que el p valor depende de la muestra observada.
- Ahora podemos comparar el p valor con α y decir que:
 - Si $p > \alpha$, entonces no podemos rechazar la hipótesis nula.
 - Si $p \leq \alpha$, entonces si podemos rechazarla.

Introducción

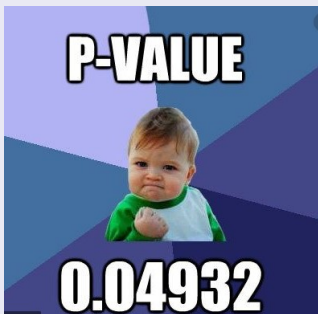
p valor

- Por motivos históricos más que científicos o criterios objetivos, se suele hacer las siguientes distinciones en función de valores de α famosos:
 - Si $0.01 \leq p \leq 0.05$, decimos que los resultados son estadísticamente **significativos**.

Introducción

p valor

- Por motivos históricos más que científicos o criterios objetivos, se suele hacer las siguientes distinciones en función de valores de α famosos:
 - Si $0.01 \leq p \leq 0.05$, decimos que los resultados son estadísticamente **significativos**.



Introducción

p valor

- Si $0.001 \leq p \leq 0.01$ decimos que los resultados son estadísticamente **altamente significativos**.

Introducción

p valor

- Si $0.001 \leq p \leq 0.01$ decimos que los resultados son estadísticamente **altamente significativos**.
- Si $p \leq 0.001$ decimos que los resultados son estadísticamente **muy altamente significativos**.



Introducción

p valor

- Si $p \geq 0.05$ decimos que los resultados **no** son estadísticamente **significativos**.



Introducción

p valor

- Esta clasificación es en cierto sentido *absurda*, ya que esos umbrales se han tomado por razones históricas (de cuando no había ordenadores y solo se calculaban cosas para valores $\alpha = 0.05, 0.01, 0.001$), y carecen de ningún significado, por lo que lo idóneo es indicar simplemente el valor p en cada caso y nada más.

Introducción

p valor

- Esta clasificación es en cierto sentido *absurda*, ya que esos umbrales se han tomado por razones históricas (de cuando no había ordenadores y solo se calculaban cosas para valores $\alpha = 0.05, 0.01, 0.001$), y carecen de ningún significado, por lo que lo idóneo es indicar simplemente el valor p en cada caso y nada más.
- Podemos entonces tomar una decisión en base a dos criterios (equivalentes):
 - Definiendo un nivel α de significancia, calculando el valor crítico n_c y observando si el estadístico para la muestra es mayor o menor que n_c (método del valor crítico).

Introducción

p valor

- Esta clasificación es en cierto sentido *absurda*, ya que esos umbrales se han tomado por razones históricas (de cuando no había ordenadores y solo se calculaban cosas para valores $\alpha = 0.05, 0.01, 0.001$), y carecen de ningún significado, por lo que lo idóneo es indicar simplemente el valor p en cada caso y nada más.
- Podemos entonces tomar una decisión en base a dos criterios (equivalentes):
 - Definiendo un nivel α de significancia, calculando el valor crítico n_c y observando si el estadístico para la muestra es mayor o menor que n_c (método del valor crítico).
 - Calculando el p valor y viendo en qué umbral se encuentra (método del p valor).

Introducción

p valor

- Esta clasificación es en cierto sentido *absurda*, ya que esos umbrales se han tomado por razones históricas (de cuando no había ordenadores y solo se calculaban cosas para valores $\alpha = 0.05, 0.01, 0.001$), y carecen de ningún significado, por lo que lo idóneo es indicar simplemente el valor p en cada caso y nada más.
- Podemos entonces tomar una decisión en base a dos criterios (equivalentes):
 - Definiendo un nivel α de significancia, calculando el valor crítico n_c y observando si el estadístico para la muestra es mayor o menor que n_c (método del valor crítico).
 - Calculando el p valor y viendo en qué umbral se encuentra (método del p valor).

Introducción

Terminando el té ...

- En resumen, para el caso de que la mujer acertó las 8 tazas, obtenemos:
 - un valor $p = 0,003$, que está entre 0.01 y 0.1, luego podemos rechazar H_0 afirmando que es un resultado altamente significativo.

Introducción

Terminando el té ...

- En resumen, para el caso de que la mujer acertó las 8 tazas, obtenemos:
 - un valor $p = 0,003$, que está entre 0.01 y 0.1, luego podemos rechazar H_0 afirmando que es un resultado altamente significativo.
- Y para el caso de los 6 aciertos, obtenemos:
 - un valor $p = 0.144 > 0.05$, luego los resultados no son estadísticamente significativos.

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Ejemplo del peso al nacer

- El peso de los recién nacidos se distribuye como una normal $N(\mu_0, \sigma)$.

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Ejemplo del peso al nacer

- El peso de los recién nacidos se distribuye como una normal $N(\mu_0, \sigma)$.
- Planteamos la hipótesis de que los niños que provienen de hogares con menos recursos económicos tienen una media de peso menor que la población total.

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Ejemplo del peso al nacer

- El peso de los recién nacidos se distribuye como una normal $N(\mu_0, \sigma)$.
- Planteamos la hipótesis de que los niños que provienen de hogares con menos recursos económicos tienen una media de peso menor que la población total.
- ¿Cómo podemos probarlo?

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué sabemos?

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué sabemos? Conocemos de antemano que el peso de los recién nacidos se distribuye como una normal $N(\mu_0, \sigma)$, donde μ_0 es un valor conocido, y σ es desconocido.
- ¿Qué queremos saber?

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué sabemos? Conocemos de antemano que el peso de los recién nacidos se distribuye como una normal $N(\mu_0, \sigma)$, donde μ_0 es un valor conocido, y σ es desconocido.
- ¿Qué queremos saber? La media μ de la distribución de pesos en los nacidos en familias con pocos recursos. En particular, nos interesa saber que relación guardan μ_0 y μ .

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué sabemos? Conocemos de antemano que el peso de los recién nacidos se distribuye como una normal $N(\mu_0, \sigma)$, donde μ_0 es un valor conocido, y σ es desconocido.
- ¿Qué queremos saber? La media μ de la distribución de pesos en los nacidos en familias con pocos recursos. En particular, nos interesa saber que relación guardan μ_0 y μ .
- Hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué sabemos? Conocemos de antemano que el peso de los recién nacidos se distribuye como una normal $N(\mu_0, \sigma)$, donde μ_0 es un valor conocido, y σ es desconocido.
- ¿Qué queremos saber? La media μ de la distribución de pesos en los nacidos en familias con pocos recursos. En particular, nos interesa saber que relación guardan μ_0 y μ .
- Hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$
- Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < \mu_0$

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué sabemos? Conocemos de antemano que el peso de los recién nacidos se distribuye como una normal $N(\mu_0, \sigma)$, donde μ_0 es un valor conocido, y σ es desconocido.
- ¿Qué queremos saber? La media μ de la distribución de pesos en los nacidos en familias con pocos recursos. En particular, nos interesa saber que relación guardan μ_0 y μ .
- Hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$
- Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < \mu_0$

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué datos tenemos?
- Tenemos una muestra de tamaño $n = 200$ de nacimientos en un hospital localizado en un barrio de pocos recursos económicos. De la muestra obtenemos la media muestral \bar{x} y la raíz de la cuasivarianza muestral s_*

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué datos tenemos?
- Tenemos una muestra de tamaño $n = 200$ de nacimientos en un hospital localizado en un barrio de pocos recursos económicos. De la muestra obtenemos la media muestral \bar{x} y la raíz de la cuasivarianza muestral s_*
- Partimos de un nivel de significación $\alpha = 0.05$

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué datos tenemos?
- Tenemos una muestra de tamaño $n = 200$ de nacimientos en un hospital localizado en un barrio de pocos recursos económicos. De la muestra obtenemos la media muestral \bar{x} y la raíz de la cuasivarianza muestral s_*
- Partimos de un nivel de significación $\alpha = 0.05$
- Tenemos que calcular c el valor crítico

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- ¿Qué datos tenemos?
- Tenemos una muestra de tamaño $n = 200$ de nacimientos en un hospital localizado en un barrio de pocos recursos económicos. De la muestra obtenemos la media muestral \bar{x} y la raíz de la cuasivarianza muestral s_*
- Partimos de un nivel de significación $\alpha = 0.05$
- Tenemos que calcular c el valor crítico

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- Tenemos entonces que:

$$\alpha = 0.05 = P(\text{error tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 | H_0 \text{ es cierta})$$

- Rechazar H_0 significa que $\bar{x} < c$, es decir, \bar{x} cae en la región de rechazo.
- Suponer que H_0 es cierta es suponer que la distribución de nacimientos sigue una normal $N(\mu_0, \sigma)$, pero no como no conocemos la varianza, tenemos que transformarlo a

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- Tenemos entonces que:

$$\alpha = 0.05 = P(\text{error tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 | H_0 \text{ es cierta})$$

- Rechazar H_0 significa que $\bar{x} < c$, es decir, \bar{x} cae en la región de rechazo.
- Suponer que H_0 es cierta es suponer que la distribución de nacimientos sigue una normal $N(\mu_0, \sigma)$, pero no como no conocemos la varianza, tenemos que transformarlo a una t de Student.

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- Si hacemos la transformación:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s_*/\sqrt{n}}$$

- nos quedaría: $\alpha = 0.05 = P(t < c)$ (en una t de Student).
- De modo que el valor crítico c es

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- Si hacemos la transformación:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s_*/\sqrt{n}}$$

- nos quedaría: $\alpha = 0.05 = P(t < c)$ (en una t de Student).
- De modo que el valor crítico c es $c = t_{n-1, \alpha}$

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

- Por tanto:
 - si $t < t_{n-1, \alpha}$, entonces rechazamos H_0 .
 - si $t \geq t_{n-1, \alpha}$, entonces aceptamos H_0 .
- El p valor es $p = P(t_{n-1} \leq t)$

Test t para la media de $N(\mu, \sigma)$

Transformando el problema a lenguaje matemático

Graphic display of a p -value

