Análisis y caracterización de sistemas de discretos mediante la transformada de Fourier

1. Introducción.
2. Respuesta de sistemas discretos LTI a señales exponenciales complejas.
3. Representación de señales periódicas: la serie discreta de Fourier.
4. Transformada de Fourier para secuencias no periódicas.
5. Transformada de Fourier para secuencias periódicas.
6. Respuesta en frecuencia de sistemas discretos.
7. Estudio de señales y sistemas discretos en el dominio transformado Z.
8. La función de sistema de sistemas discretos
9. Sistemas de tiempo discreto descritos por ecuaciones en diferencias lineales de coeficientes constantes.
10. Introducción al filtrado.

1. Introducción

- El análisis de Fourier es una de las herramientas más útiles en procesado de señal.
- Se basa en la descomposición de una señal en términos de un conjunto de funciones base (sinusoides de diferente frecuencia).

- Señales continuas (analógicas):
  - Periódicas: Series de Fourier (CTFS).
  - No periódicas: Transformada de Fourier (CTFT).

- Señales discretas (digitales):
  - Periódicas: Series de Fourier en tiempo discreto (DTFS)
  - No periódicas: Transformada de Fourier en tiempo discreto (DTFT)

1. Introducción: autovalores y autofunciones

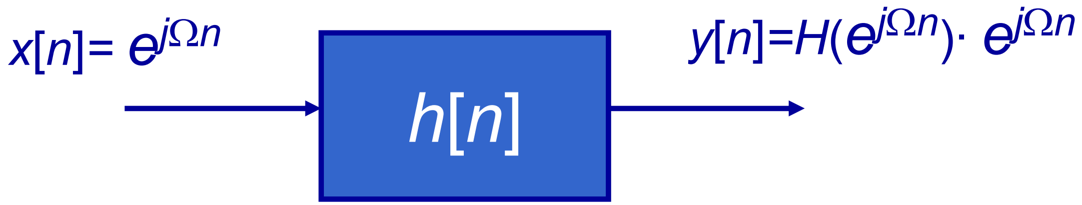
- Para un sistema LTI con respuesta al impulso $h[n]$ la respuesta a una exp. compleja es otra exp. compleja:

$$x[n] = z_0^{\,n}$$

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z_0^{\,n-k} = z_0^{\,n} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z_0^{\,-k}$$

$$y[n] = z_0^{\,n} H(z_0)$$

- Siendo:
  - $z_0^{\,n} = |z_0|^n e^{j\Omega_o n}$ Ξ AUTOFUNCIÓN
  - $H(z_0)$ Ξ AUTOVALOR ∈ ¢
  - Por ser $z_0^{\,n}$ *autofunción,* también lo es $e^{j\Omega n}$ (z^n *con* $|z|=1$)
  - Por ser $H(z_0)$ *autovalor,* también lo es $H(e^{j\Omega_o n})$



2. Respuesta de sistemas LTI a señales exponenciales complejas

- Supongamos que la entrada es una combinación lineal de exponenciales:

$$x[n] = \sum_{k=1}^{N} a_k \, e^{j\Omega_k n} \Rightarrow$$

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{k=1}^{N} a_k h[n] * e^{j\Omega_k n}$$

$$\boxed{y[n] = \sum_{k=1}^{N} a_k H\left(e^{j\Omega_k}\right) e^{j\Omega_k n} = \sum_{k=1}^{N} b_k \, e^{j\Omega_k n}}$$

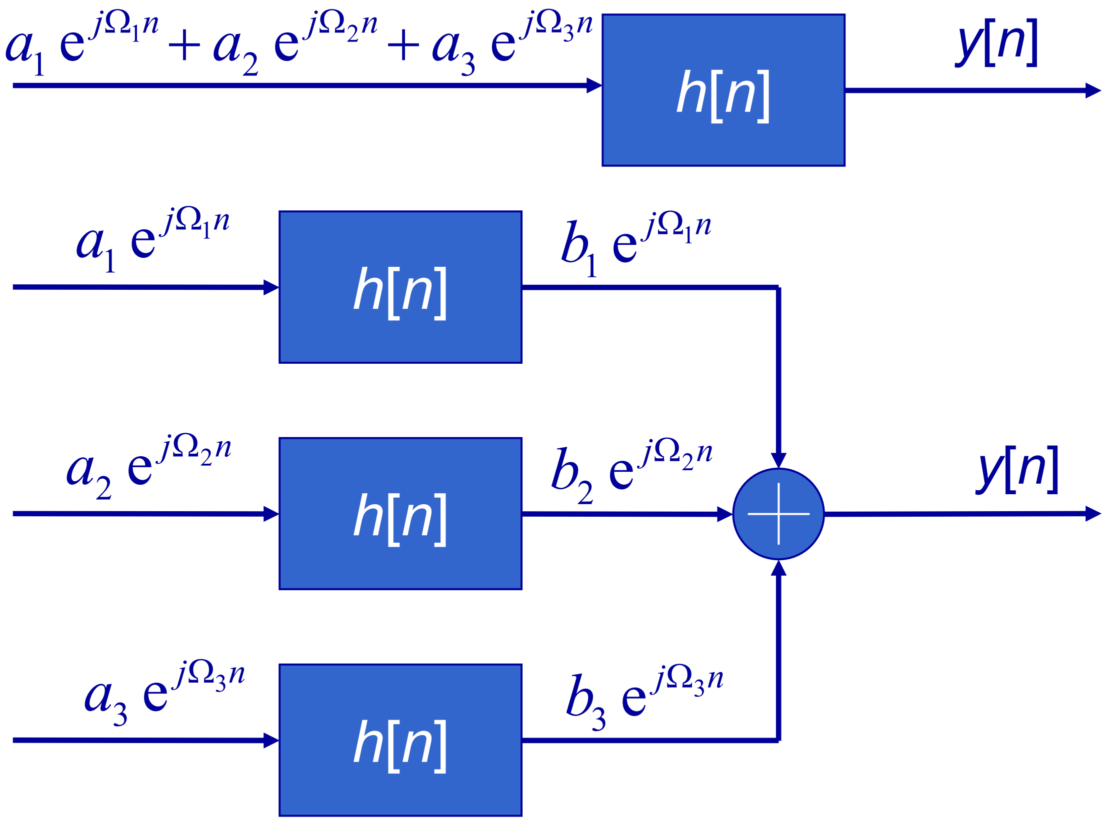
$$H(e^{j\Omega_k}) \equiv H(\Omega_k) \in \mathbb{C}$$

$$a_k, \, b_k \in \mathbb{C}$$

- La respuesta es otra combinación lineal de las mismas exponenciales.
- Esto es considerablemente más sencillo que realizar la convolución.
- Por ello vamos a estudiar qué tipo de señales se pueden representar mediante combinación lineal de exponenciales complejas.

Respuesta de sistemas LTI a una combinación lineal de exponenciales complejas

- De forma más gráfica, y aplicando la propiedad de linealidad…



Propiedades de las exponenciales complejas discretas

- Recordemos que en tiempo discreto y, más concretamente, en las exponenciales del tipo: $x[n]=e^{j\Omega_0 n}$
  - Si Ω_0 crece, la frecuencia **NO** siempre aumenta
  - Si Ω_0 decrece, la frecuencia **NO** siempre disminuye
  - Si $\Omega_0=\Omega'_0+2k\pi \Rightarrow$ las señales son iguales:
    - $e^{j\Omega'_0 n}=e^{j(\Omega_0+2k\pi)n}=e^{j\Omega_0 n}$
  - $e^{j\Omega_0 n}$ es periódica $\Leftrightarrow \cancel{\Omega_0}=2m\pi/N$
  - Si es periódica ($\cancel{\Omega_0}=2m\pi/N$) $\Rightarrow$
    - Periodo fundamental $N_0=N$, si N y m son primos entre sí
    - Frecuencia fundamental $f_0=1/N_0$
    - Pulsación fundamental $2\pi f_0=2\pi/N_0$
    - Sólo existen N_0 armónicos diferentes

Omega0 se puede interpretar como un angulo...

Esto va a ser nuestro Omega0

3. Representación de señales periódicas: la serie de Fourier en tiempo discreto (DTFS)

- De modo análogo al tiempo continuo, para cualquier señal periódica es de esperar que se pueda obtener un desarrollo como combinación lineal de funciones armónicas.
- Como el número de armónicos en tiempo discreto es finito y coincide con el periodo fundamental de la señal, si tenemos una señal periódica: $x[n]=x[n+N]$, $\forall n$ y N entero positivo, se espera que se pueda expresar de la forma:

$$x[n] = \sum_{k=<N>} a_k \, e^{jk\Omega_o n} \qquad \textit{siendo} \quad \Omega_0 = 2\pi/N$$

a_k periodico de periodo N

- Como sólo existen N armónicos diferentes y se repiten periódicamente, la suma se extenderá sobre cualquier intervalo de N valores consecutivos.
- Sustituyendo el valor de Ω_0 se obtiene:

$$\boxed{x[n] = \sum_{k=<N>} a_k \, e^{jk\frac{2\pi}{N}n}}$$

Ecuación de síntesis de la DTFS

DTFS: Cálculo de los coeficientes (I)

- Para comprobar que cualquier secuencia periódica tiene desarrollo en serie de Fourier es necesario obtener el valor de los coeficientes a_k.
- En la ecuación de síntesis, multiplicamos ambos lados por $e^{-j2k\pi n/N}$ y obtenemos:

$$x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} = \sum_{k=<N>} a_k e^{j\frac{2\pi}{N}kn} e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} \Rightarrow$$

$$x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} = \sum_{k=<N>} a_k e^{j\frac{2\pi}{N}(k-m)n}$$. *Sumamos N valores:*

$$\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=<N>} a_k e^{j\frac{2\pi}{N}(k-m)n} \Rightarrow$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} = \sum_{k=<N>} a_k \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}(k-m)n}$$

DTFS: Cálculo de los coeficientes (II)

- El último sumatorio es una progresión geométrica de N términos:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \alpha^{n} = \frac{1-\alpha^{N}}{1-\alpha},\ \text{si } \alpha \neq 1 \quad \text{y} \quad \sum_{n=0}^{N-1} \alpha^{n} = N \ \text{si } \alpha = 1$$

- Observamos que
  - Si $k{-}m{\neq}rN$
  - r entero,
    - ⇨ $e^{-j2\pi(k-m)n/N} \neq 1$
  - Si $k{-}m{=}rN$
  - r entero,
    - ⇨ $e^{-j2\pi(k-m)n/N} = 1$

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}(k-m)n} = \frac{1-e^{j\frac{2\pi}{N}(k-m)N}}{1-e^{j\frac{2\pi}{N}(k-m)}} = 0$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}(k-m)n} = \sum_{n=0}^{N-1} e^{j2\pi rn} = N$$

- Como este resultado (0 ó N) hay que sumarlo sobre N índices:

$$\sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} = N a_m \Rightarrow \boxed{a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}}$$

Ecuación de análisis

Propiedades

- Como los armónicos se repiten cada *N* índices, los coeficientes a_k también:

$$a_{k+N} = a_k$$

SECUENCIA PERIODICA!!!!

- Si *x*[*n*] es real los coeficientes son hermíticos:

$$a_k = a^*_{-k}$$

- Como el DTFS es una suma finita de términos, siempre converge y es una representación exacta de la secuencia.

NO HAY PROBLEMAS DE CONVERGENCIAS

DTFS de las funciones seno y coseno

$$x[n]=\cos\left(\Omega_0 n\right)=\frac{e^{j\Omega_0 n}}{2}+\frac{e^{-j\Omega_0 n}}{2}=\frac{1}{2}e^{jm\frac{2\pi}{N}n}+\frac{1}{2}e^{-jm\frac{2\pi}{N}n}$$

$$a_m=\frac{1}{2},\qquad a_{-m}=\frac{1}{2}$$

Si $\Omega_0=4\pi/5 \Rightarrow m=2,\ N=5$

$$a_2=\frac{1}{2},\qquad a_{-2}=\frac{1}{2}$$

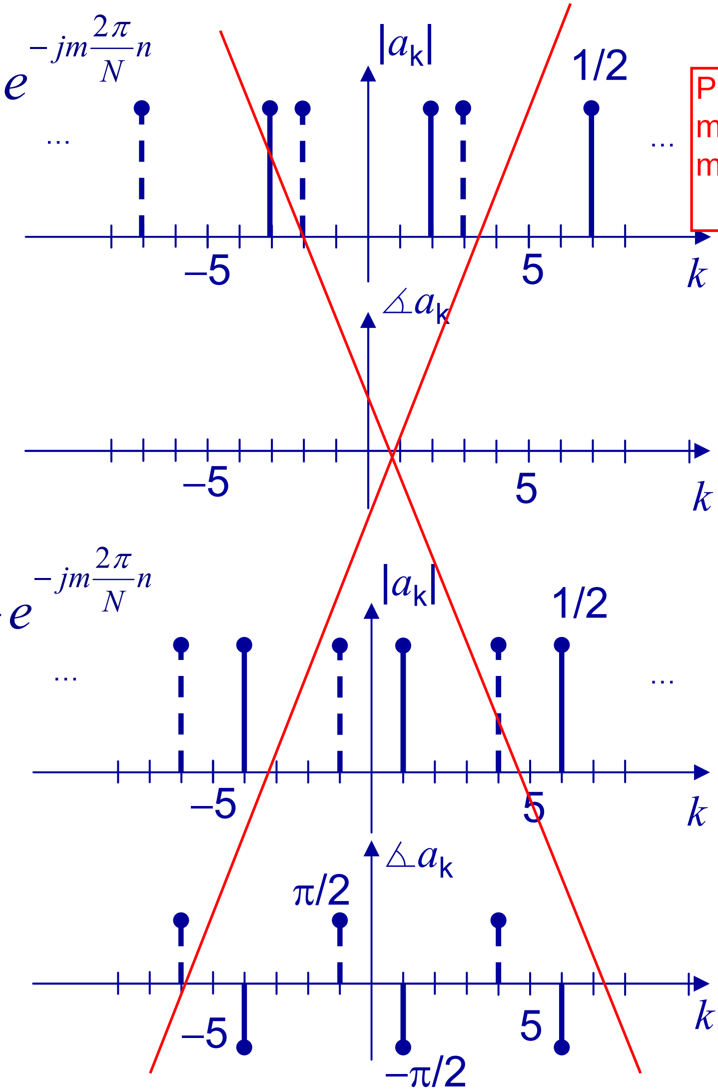
$$x[n]=\mathrm{sen}\left(\Omega_0 n\right)=\frac{e^{j\Omega_0 n}}{2j}-\frac{e^{-j\Omega_0 n}}{2j}=\frac{1}{2j}e^{jm\frac{2\pi}{N}n}-\frac{1}{2j}e^{-jm\frac{2\pi}{N}n}$$

$$a_m=\frac{1}{2}j,\qquad a_{-m}=-\frac{1}{2}j$$

Si $\Omega_0=2\pi/5 \Rightarrow m=1,\ N=5$

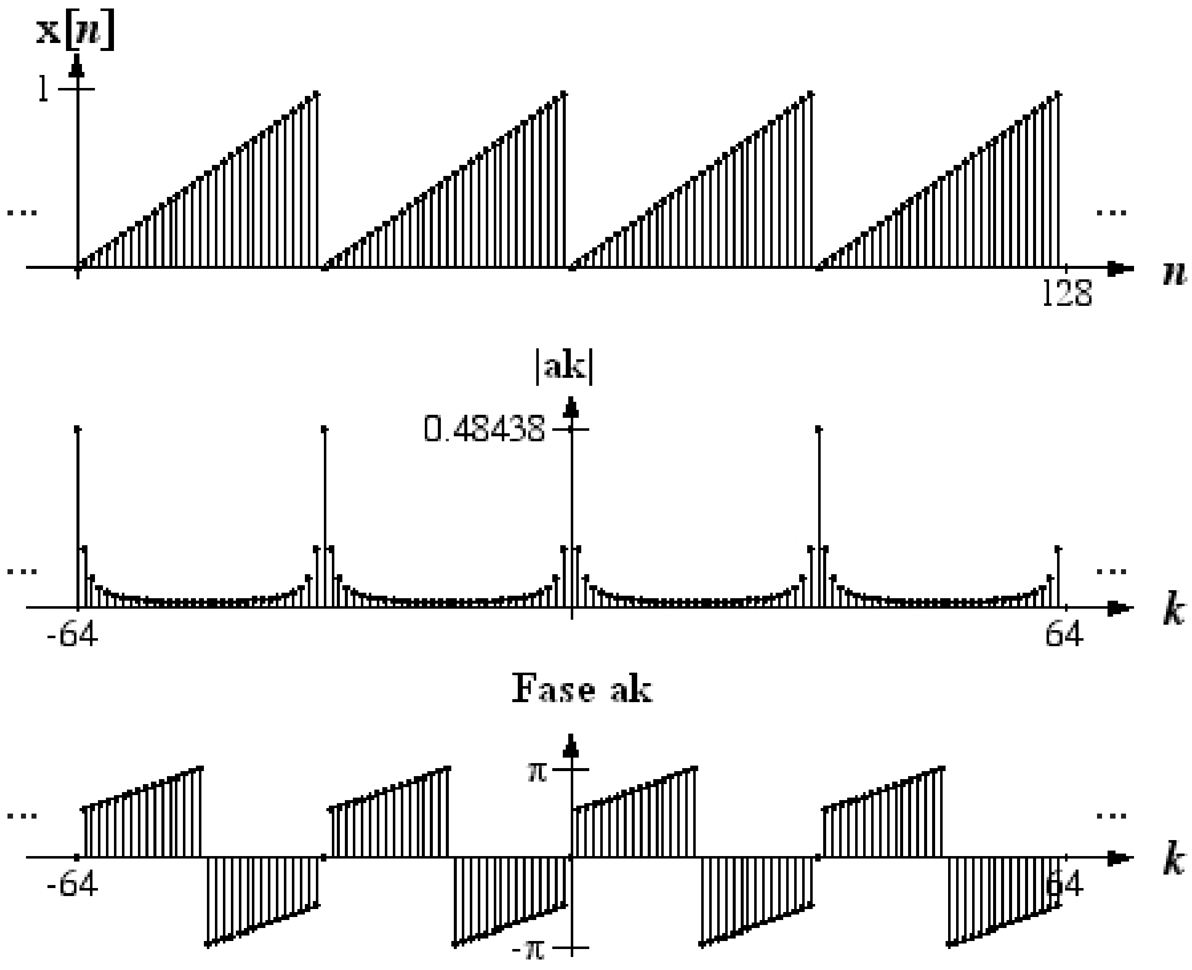
$$a_1=\frac{1}{2j},\qquad a_{-1}=-\frac{1}{2j}$$

Es "como" un tren de deltas...mirad transparencias despues



Por ahora mejor no mirar...

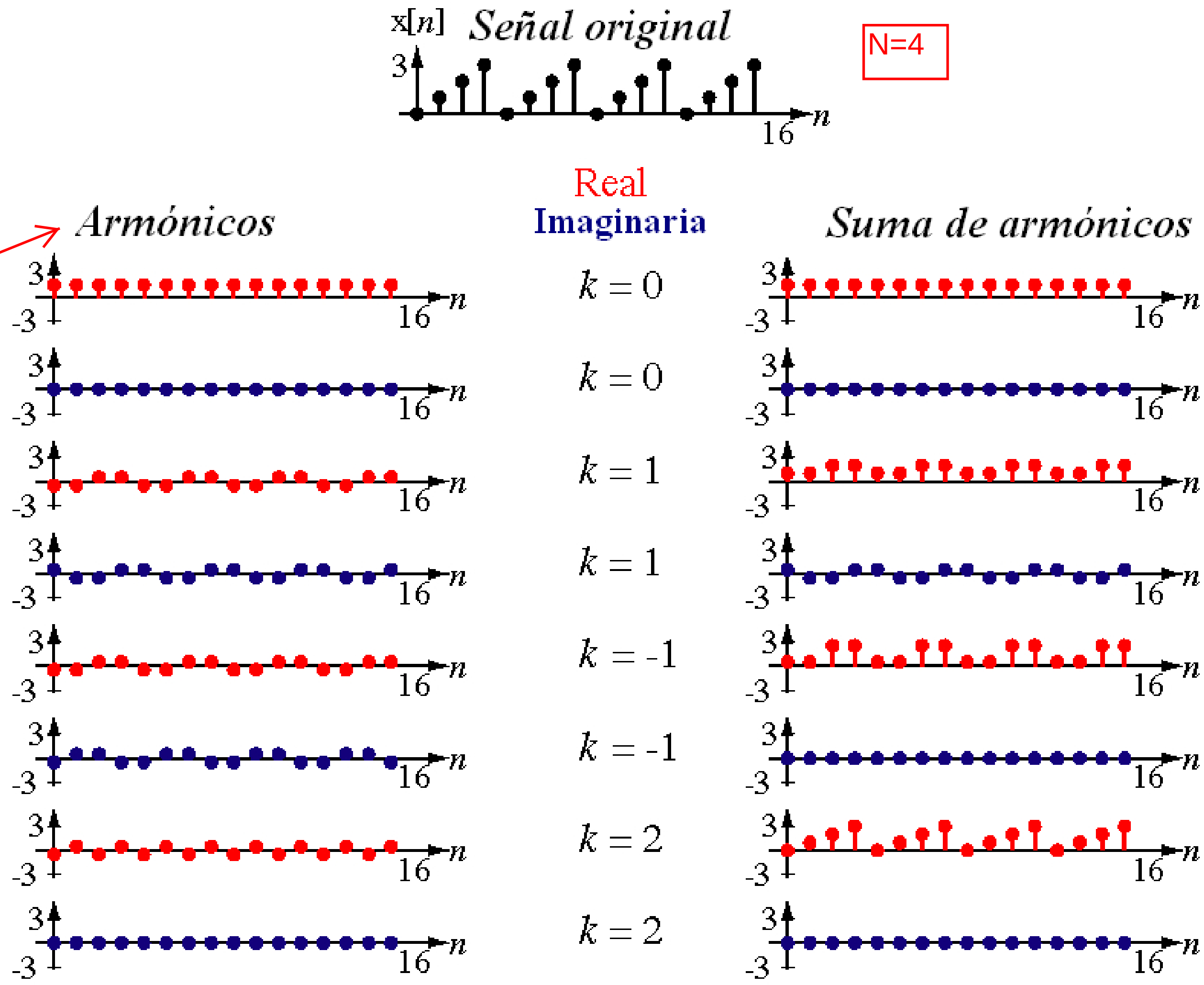
Ejemplo



Representación gráfica de la DTFS

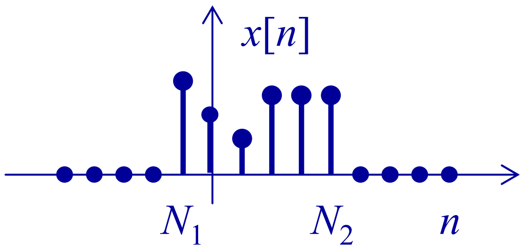
N=4

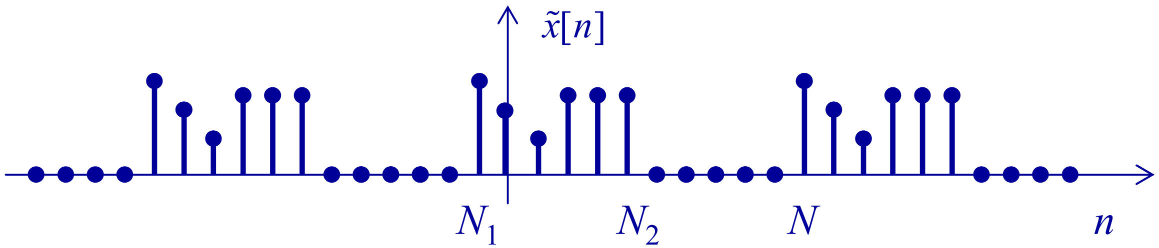
seria a_k multiplicado por el correspondient exponencial



4. Transformada de Fourier en tiempo discreto (DTFT) para secuencias no periódicas

Realizamos una extensión periódica $\tilde{x}[n]$ de una secuencia de duración finita $x[n]$





Expresamos la señal $\tilde{x}[n]$ mediante su DTFS:

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=<N>} a_k \, \mathrm{e}^{jk\frac{2\pi}{N}n} \quad \textit{con} \quad a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=<N>} \tilde{x}[n] \mathrm{e}^{-jk\frac{2\pi}{N}n}$$

En el intervalo $N_1 \leq n \leq N_2$, se cumple $\tilde{x}[n] = x[n]$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=N_1}^{N_2} x[n] \mathrm{e}^{-jk\frac{2\pi}{N}n} = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \mathrm{e}^{-jk\frac{2\pi}{N}n}$$

DTFT para secuencias no periódicas (I)

Si definimos:

Definimos otra cosa aqui: Transformada de Fourier para una señal discreta (no periodica)

$$X(e^{j\Omega}) \equiv X(\Omega) \equiv \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\mathrm{e}^{-j\Omega n} \Rightarrow$$

- Los coeficientes a_k son muestras equiespaciadas de la señal $X(\Omega)$

$$\boxed{a_k = \frac{1}{N} X(\Omega)\Big|_{\Omega = k\Omega_0}} \qquad \textit{donde } \Omega_0 = \frac{2\pi}{N}$$

- Podemos sintetizar la expansión periódica de la señal como:

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=<N>} \frac{1}{N} X(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 n} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=<N>} X(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 n} \Omega_0$$

DTFT para secuencias no periódicas (II)

Siendo que las pulsaciones diferentes estan en un intervalo de 2ì

- Si hacemos $N \rightarrow \infty \Rightarrow$
  - $\Omega_0 \rightarrow d\Omega$,
  - $k\Omega_0 \rightarrow \Omega$,
  - la suma tiende a una integral que se extiende a todas las posibles pulsaciones (intervalo 2π) $\tilde{x}[n] \Rightarrow x[n]$

$$\tilde{x}[n] = x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(\Omega)e^{jk\Omega_0 n}d\Omega$$

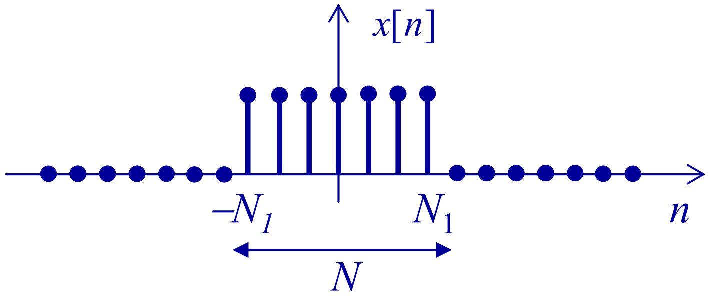
$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$$

Ecuación de síntesis de la DTFT

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}$$

Ecuación de análisis de la DTFT

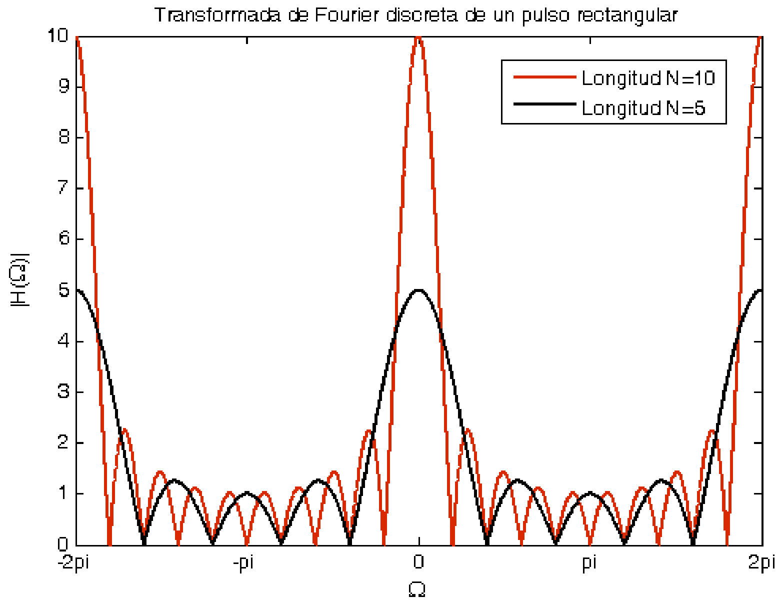
Ejemplo



$$X(\Omega)=\sum_{n=-N_1}^{N_1} x[n]e^{-j\Omega n}=\sum_{n=-N_1}^{N_1} 1e^{-j\Omega n}$$

$$=\frac{e^{j\Omega N_1}-e^{-\Omega(N_1+1)}}{1-e^{-j\Omega}}\frac{e^{-j\frac{\Omega}{2}}}{e^{-j\frac{\Omega}{2}}}=$$

$$=\frac{\operatorname{sen}\left(\Omega(N_1+\frac{1}{2})\right)}{\operatorname{sen}\frac{\Omega}{2}}$$



Función sinc{·} ~~discreta~~

periodica de periodo 2pi

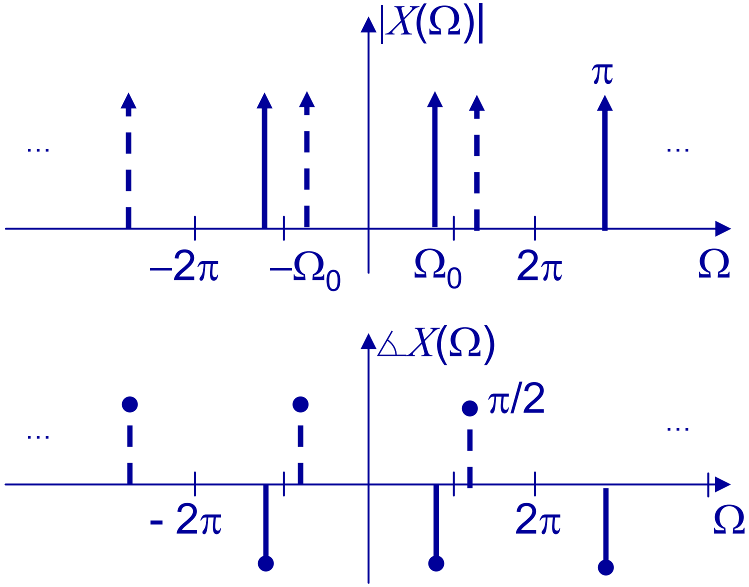
DTFT de la función seno

$$x[n] = \text{sen}\left(\Omega_0 n\right) = \frac{e^{j\Omega_0 n}}{2j} - \frac{e^{-j\Omega_0 n}}{2j}$$

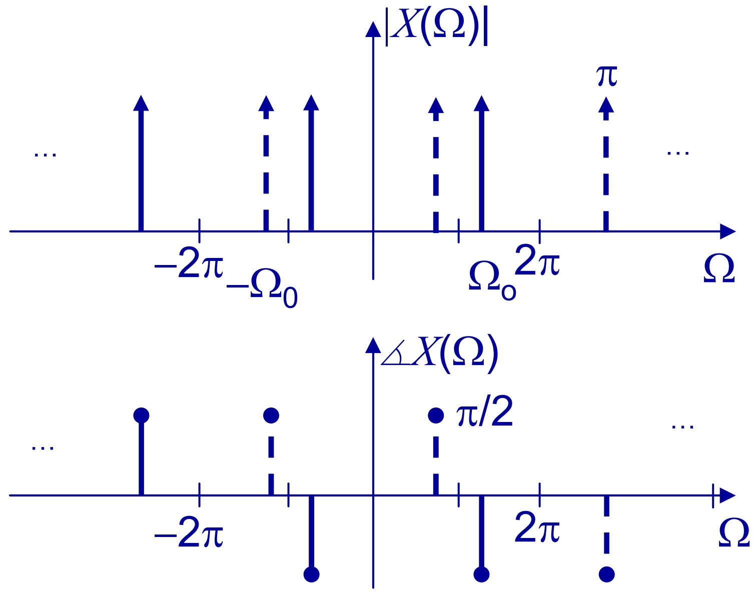
PERO AQUI YA ESTAMOS CONSIDERANDO UNA SEÑAL PERIODICA!!! AUN NO HEMOS HABLADO de una TF de una señal periodica (en discreto)...

Transformada de Fourier Generalizada

$$X(\Omega) = \frac{\pi}{j} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\delta(\Omega - \Omega_o - 2k\pi) - \delta(\Omega + \Omega_o - 2k\pi) \right]$$



Si $0<\Omega_0<\pi$



Si $\Omega_0>\pi$

Consecuencias, analogías y diferencias con el caso de tiempo continuo

- La DTFT de secuencias $X(\Omega)$ es una función de variable continua
- La ecuación de análisis es una suma y no una integral
- La ecuación de análisis es válida siempre que $\Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| < \infty$

condición suficiente
con el cuadrado...

- $X(\Omega)$ es siempre periódica de periodo 2π

por esto
mejor
representar
de -pi a pi

- Las bajas frecuencias corresponden a pulsaciones próximas a cero y a cualquier múltiplo entero de 2π
- Las altas frecuencias corresponden a pulsaciones próximas a π y a cualquier múltiplo impar de π
- La ecuación de síntesis se extiende en un intervalo 2π (todas las posibles pulsaciones en discreto)
- La señal $x[n]$ se puede sintetizar como superposición de todas las posibles exponenciales complejas diferentes en discreto
- La ecuación de síntesis converge siempre que $X(\Omega)$ tenga valores finitos en todas las pulsaciones

Propiedades de la DTFT

Señal	**Transformada**
$x[n]$ $y[n]$	$\left.\begin{array}{l} X(\Omega) \\ Y(\Omega) \end{array}\right\}$ Periódicas de periodo 2π
$ax[n]+by[n]$	$aX(\Omega)+bY(\Omega)$
$x[n-n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}X(\Omega)$
$e^{j\Omega_0 n}x[n]$	$X(\Omega-\Omega_0)$
$x^*[n]$	$X^*(-\Omega)$
$x[-n]$	$X(-\Omega)$
$x_{(k)}[n]=\begin{cases} x[n/k] & \text{si } n/k \text{ entero} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$	$X(k\Omega)$
$x[n]*y[n]$	$X(\Omega)Y(\Omega)$
$x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(\theta)Y(\Omega-\theta)d\theta$
$x[n]-x[n-1]$	$\left(1-e^{-j\Omega}\right)X(\Omega)$

Propiedades de la DTFT

Señal	**Transformada**
~~$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$~~	~~$\frac{X(\Omega)}{1-e^{j\Omega}} + \pi X(0)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\Omega-2k\pi)$~~
$nx[n]$	$j\frac{d}{d\Omega}X(\Omega)$
$\boxed{x[n] \text{ real}}$	$\begin{cases} X(\Omega)=X^*(-\Omega) \\ \boxed{\mathrm{Re}\{X(\Omega)\}=\mathrm{Re}\{X(-\Omega)\}} \\ \mathrm{Im}\{X(\Omega)\}=-\mathrm{Im}\{X(-\Omega)\} \\ \boxed{\lvert X(\Omega)\rvert=\lvert X(-\Omega)\rvert} \\ \angle X(\Omega)=-\angle X(-\Omega) \end{cases}$

Relación de Parseval para secuencias no periódicas

$$\boxed{\sum_{k=-\infty}^{\infty}\lvert x[k]\rvert^2=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}\lvert X(\Omega)\rvert^2\,d\Omega}$$

Pares transformados (señales no periódicas)

Secuencia	**Transformada**
$a^n u[n]$	$\dfrac{1}{1-a\,\mathrm{e}^{-j\Omega}}$
$x[n]=\begin{cases}1, & \lvert n\rvert \le N_1\\ 0, & \lvert n\rvert > N_1\end{cases}$	$\dfrac{\mathrm{sen}[\Omega(N_1+1/2)]}{\mathrm{sen}(\Omega/2)}$
$\dfrac{\mathrm{sen}\,Wn}{\pi n}=\dfrac{W}{\pi}\mathrm{sinc}\left(\dfrac{Wn}{\pi}\right)$ $0<W<\pi$	$X(\Omega)=\begin{cases}1, & 0\le\lvert\Omega\rvert\le W\\ 0, & W\le\lvert\Omega\rvert\le\pi\end{cases}$ Periódica de periodo 2π
$\delta[n]$	1
$u[n]$	$\dfrac{1}{1-\mathrm{e}^{-j\Omega}}+\pi\displaystyle\sum_{l=-\infty}^{\infty}\delta(\Omega-2\pi l)$
$\delta[n-n_0]$	$\mathrm{e}^{-j\Omega n_0}$
$(n+1)a^n u[n],\ \lvert a\rvert<1$	$\dfrac{1}{\left[1-a\,\mathrm{e}^{-j\Omega}\right]^2}$

5. Transformada de Fourier para secuencias periódicas (I)

Calculamos la DTFT de una exponencial compleja

$$x[n] = \mathrm{e}^{j\Omega_0 n} \xrightarrow{TF} ?$$

Para ello **postulamos** lo siguiente:

TRANSFORMADA GENERALIZADA DE FOURIER

$$e^{j\Omega_0 n} \xrightarrow{TF} X(\Omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k\right)$$

Para comprobar la validez, sintetizamos la señal que corresponde a $X(\Omega)$:

$$x'[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega = \int_{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k\right) e^{j\Omega n} d\Omega \Rightarrow$$

$$x'[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{2\pi} \delta\left(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k\right) e^{j\Omega n} d\Omega = \int_{\Omega_0 - \pi}^{\Omega_0 + \pi} \delta\left(\Omega - \Omega_0\right) e^{j\Omega n} d\Omega = e^{j\Omega_0 n} = x[n]$$

DTFT para señales periódicas (II)

- Si tenemos una secuencia $x[n]$ periódica de periodo N, se puede obtener su DTFS:

$$x[n] = \sum_{k=<N>} a_k \, e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$$

- Aplicando la propiedad de linealidad de la DTFS se tiene:

$$X(\Omega) = \sum_{k=<N>} a_k 2\pi \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta\left(\Omega - \frac{2\pi k}{N} - 2\pi l\right) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=<N>} 2\pi a_k \delta\left(\Omega - 2\pi\left(\frac{k}{N} + l\right)\right) \Rightarrow$$

transformada Generalizada de Fourier

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} 2\pi a_l \delta\left(\Omega - \frac{2\pi l}{N}\right)$$

Pares transformados (señales periódicas)

Secuencia	Transformada
$\sum_{k=<N>} a_k \, e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta\left(\Omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$
$e^{j\Omega_0 n}$	$2\pi \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi l)$
$\cos\Omega_0 n$	$\pi \sum_{l=-\infty}^{\infty} \{\delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi l) + \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi l)\}$
$\mathrm{sen}\Omega_0 n$	$\frac{\pi}{j} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \{\delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi l) - \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi l)\}$
$x[n] = 1$	$2\pi \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi l)$
$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - kN]$	$\frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\Omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$
$x[n] = \begin{cases} 1, & \lvert n \rvert \le N_1 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$ $x[n+N] = x[n]$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta\left(\Omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$ $\quad \begin{cases} a_k = (2N_1 + 1)N \quad , \quad si\ k = 0 \pm lN \\ a_k = \dfrac{\mathrm{sen}\left[\frac{2\pi}{N}\left(N_1 + \frac{1}{2}\right)\right]}{N\,\mathrm{sen}[2\pi / N]} \quad , \quad resto \end{cases}$

6. Respuesta en frecuencia de sistemas discretos (I)

- Dado un sistema LTI con respuesta al impulso $h[n]$, se define la **respuesta en frecuencia** del sistema $H(\Omega)$ como:

$$\boxed{H(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]\,\mathrm{e}^{-j\Omega n}}$$

$$x[n],\ X(\Omega) \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c} h[n] \\ H(\Omega) \end{array}} \xrightarrow[Y(\Omega)=X(\Omega)\cdot H(\Omega)]{y[n]=x[n]*h[n]} \quad \Rightarrow \quad \boxed{H(\Omega)=\frac{Y(\Omega)}{X(\Omega)}}$$

- La respuesta en frecuencia representa el conjunto de autovalores del sistema para las autofunciones del tipo: $x[n]=\mathrm{e}^{-j\Omega_0 n}$

$$x[n]=\mathrm{e}^{-j\Omega_0 n} \Rightarrow y[n]=H(\Omega_0)\,\mathrm{e}^{-j\Omega_0 n}$$

Respuesta en frecuencia de sistemas discretos (II)

- Dado que $H(\Omega)$ es una función compleja de variable real, es necesario conocer su módulo y su fase.

$$|H(\Omega)| = \frac{|Y(\Omega)|}{|X(\Omega)|} \qquad \text{y} \qquad \angle H(\Omega) = \angle Y(\Omega) - \angle X(\Omega)$$

- El módulo o amplitud de la respuesta en frecuencia (o **respuesta en amplitud**) representa la ganancia del sistema a cada pulsación Ω o componente espectral
- La fase de la respuesta en frecuencia (o **respuesta en fase**) representa el desfase introducido por el sistema a cada pulsación Ω o componente espectral
- La respuesta en frecuencia de un sistema LTI existirá si y solo si el sistema es **estable**.