Practica 4

Luca Martino

Apuntes-Laboratorio

no revisados (cuidado!!!)

Consideramos N canales en paralelos que añaden solo ruido Gaussiano independiente (no generan distorsión):

$$
\begin{aligned}
y_1 &= x_1 + z_1 \qquad & z_1 &\sim N(0,\sigma_1^2) \\
y_2 &= x_2 + z_2 \qquad \longleftrightarrow \qquad & z_2 &\sim N(0,\sigma_2^2) \\
&\dots & &\dots \\
y_N &= x_N + z_N & z_N &\sim N(0,\sigma_N^2)
\end{aligned}
$$

Con diferente varianza e independientes

Observamos $\Rightarrow$ $y_1, y_2, \dots, y_N$

Queremos conocer-recibir-hacer una estimación de $\Rightarrow$ $x_1, x_2, \dots, x_N$

Potencia total que se puede gastar en la transmisión

$$P_{TOT} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_N$$ (limite de potencia)

Como elijo las Pi para maximizar la capacidad total (en la transmisión)?

$$C = \max_{f(x_1,\ldots,x_n);P_{TOT}} I(x_1,\ldots,x_n;y_1,\ldots,y_n)$$

$$\downarrow$$

Se puede demostrar

$$I(x_1,\ldots,x_n;y_1,\ldots,y_n) \leq \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2}\log\left(1+\frac{P_i}{\sigma_i^2}\right)$$

$$J(P_1,\ldots,P_N) = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2}\log\left(1+\frac{P_i}{\sigma_i^2}\right) + \lambda\left(\sum_{i=1}^{N} P_i - P_{TOT}\right)$$

Función Lagrangiana asociada

$$\boxed{P_i \geq 0}$$

Derivando respecto a cada Pi $\rightarrow$

recordar $\boxed{P_i \geq 0}$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_1^2}\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2+P_1} + \lambda = 0 \rightarrow P_1 + \sigma_1^2 = -\frac{1}{2\lambda} \\ \ldots \\ \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_N^2}\frac{\sigma_N^2}{\sigma_N^2+P_N} + \lambda = 0 \rightarrow P_N + \sigma_N^2 = -\frac{1}{2\lambda} \end{cases}$$

Derivando respecto a cada lambda $\rightarrow$

$$\sum_{i=1}^{N} P_i - P_{TOT} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^{N} P_i = P_{TOT}$$

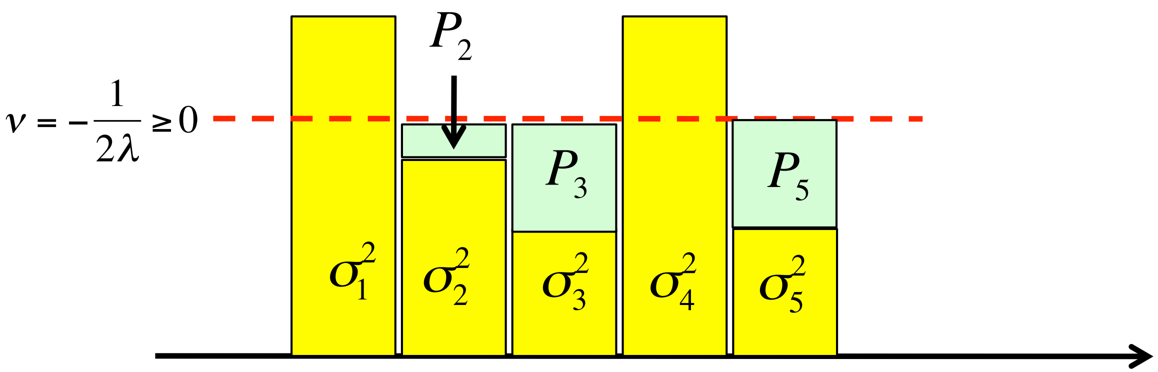
Aquí lambda podría ser cualquiera
....PERO CIUDADO !!!!

$$\begin{cases} P_1 = -\frac{1}{2\lambda} - \sigma_1^2 \\ \dots \\ P_N = -\frac{1}{2\lambda} - \sigma_N^2 \end{cases}$$

$$\boxed{P_i \geq 0}$$

$$\sum_{i=1}^{N} P_i = P_{TOT}$$

Solución conocida como “Water-Filling” (discreto)



$$P_1 = 0$$
$$P_2 = 0$$

Para calcular $\nu = -\frac{1}{2\lambda}$, hay que utilizar un algoritmo iterativo (no hay una solución analítica cerrada).

Algoritmo estilo LMS

$$\boxed{\nu_n = \nu_{n-1} + \varepsilon_{n-1}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{n-1} = \frac{\Delta_{n-1}}{N}}$$

$$\boxed{\Delta_{n-1} = P_{TOT} - \sum_{i=1}^{N} P_{i,n-1}}$$

Hasta

$$\boxed{\left|\Delta_{n-1}\right| = \left|P_{TOT} - \sum_{i=1}^{N} P_{i,n-1}\right| \le tol}$$