

Formulario – igualadores – detector ML

Luca Martino

Francisco J. Rodríguez Ruiz

Apuntes-Laboratorio

no revisados (cuidado!!!)

Detección cuando hay ISI

- Cuando tenemos ISI (interferencias entre símbolos) tenemos 3 alternativas:
 - Óptima: (Decisor óptimo en presencia de ISI) detección de la secuencia de máxima verosimilitud (con el algoritmo de Viterbi lo hacemos de forma eficiente).
 - Subóptimas: uso de igualadores de canal y luego un decisor símbolo a símbolo (sin memoria).
 - La peor en términos de prestaciones: también podríamos utilizar directamente un decisor símbolo a símbolo (sin memoria), si es el caso retardando la decisión, pero claramente nos da peores prestaciones aunque menor complejidad.

Criterio "Zero forcing"

$$W(e^{j\omega}) = \frac{1}{P(e^{j\omega})} e^{-j\omega d}$$

Ignorando el ruido

Criterio MMSE

$$W(e^{j\omega}) = \frac{P^*(e^{j\omega})}{|P(e^{j\omega})|^2 + \frac{\sigma_z^2}{E_s}} e^{-j\omega d}$$

Sin restricciones => Filtro IIR (todo polos - AR)

Sin restricciones => Filtro IIR (ARMA)

$$\vec{w} = (P^H P)^{-1} P^H \vec{c}$$

Ignorando el ruido

$$\vec{w} = \left(P^H P + \frac{\sigma_z^2}{E_s} I \right)^{-1} P^H \vec{c}$$

Con restricciones => Filtro FIR

Con restricciones => Filtro FIR

Construcción matriz de “convolución de canal” P

$K =$ memoria $p[n]$ (longitud canal - 1)

$K_w + 1 =$ coeficientes filtro igualador $w[n]$

$$P = \begin{bmatrix} p[0] & 0 & 0 & 0 \\ p[1] & p[0] & 0 & 0 \\ \dots & p[1] & p[0] & 0 \\ p[K] & \dots & p[1] & p[0] \\ 0 & p[K] & \dots & p[1] \\ 0 & 0 & p[K] & \dots \\ 0 & 0 & 0 & p[K] \end{bmatrix}$$

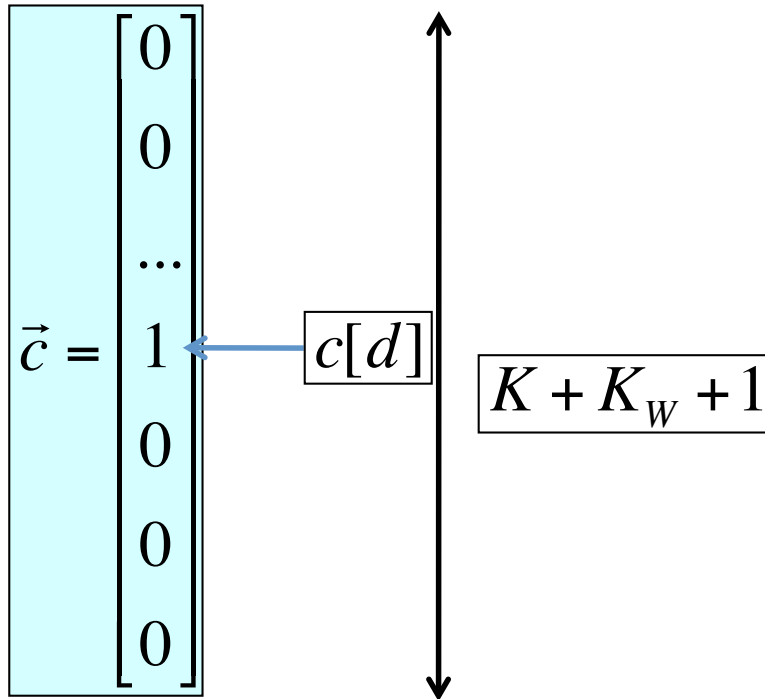
$K_w + 1$

$K + K_w + 1$

Siempre más líneas, que columnas (matriz rectangular)

Calculo del coeficientes del filtro $w[n]$

$d =$ retardo decisión



$$\vec{w} = (P^H P)^{-1} P^H \vec{c}$$

$$\vec{w} = \left(P^H P + \frac{\sigma_z^2}{E_s} I \right)^{-1} P^H \vec{c}$$

Vector columna de dimensi3n

$$K_w + 1$$

Prestaciones – Prob. de Error

Probabilidad de error de los igualadores SIN restricción de coeficientes

Distancia mínima entre
símbolos de la constelación

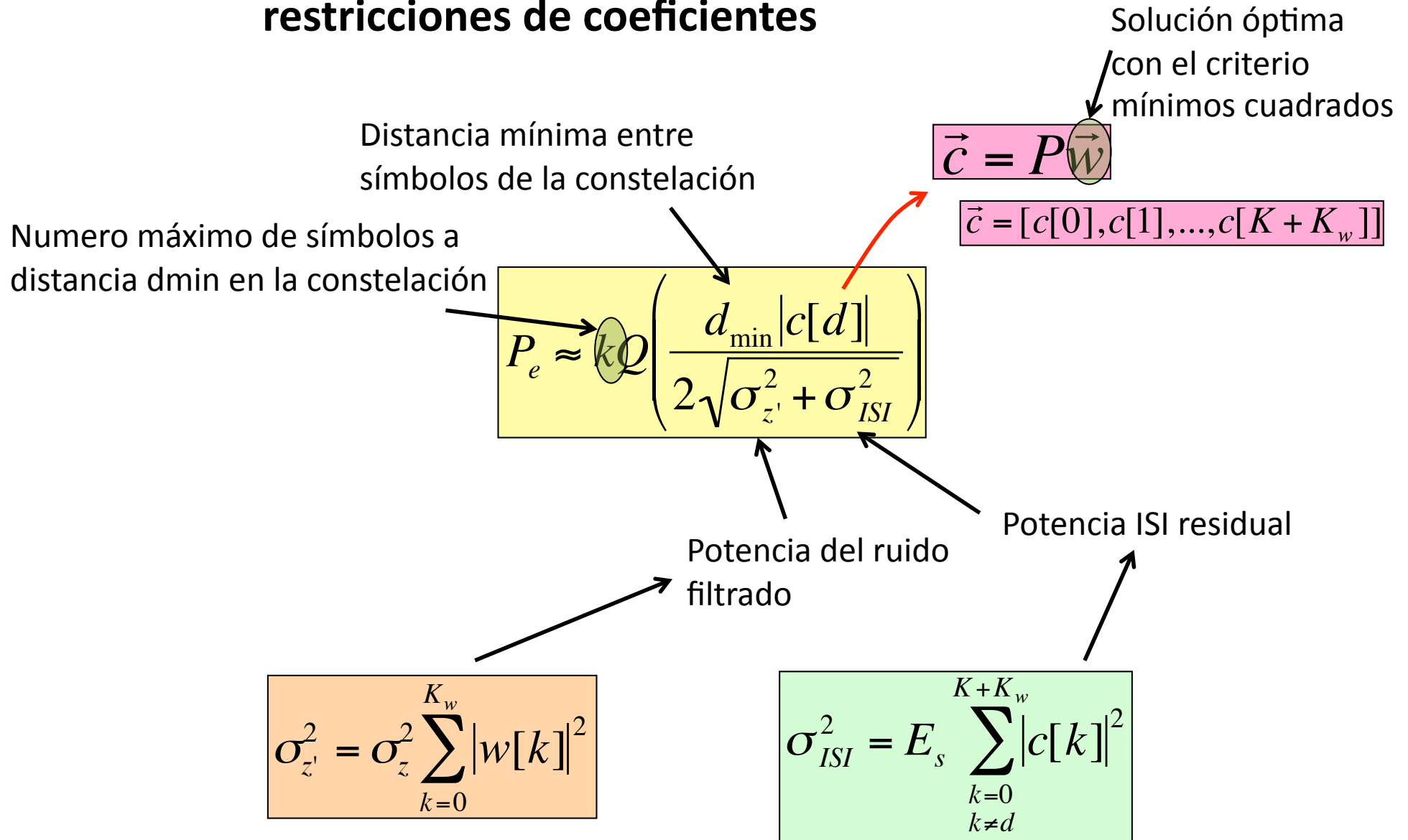
Numero máximo de símbolos a
distancia d_{\min} en la constelación

$$P_e \approx kQ \left(\frac{d_{\min}}{2\sqrt{\sigma_{e_d}^2}} \right)$$

$$\sigma_{e_d}^2 = \sigma_z^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{1}{|P(e^{j\omega})|^2} d\omega$$

$$\sigma_{e_d}^2 = \sigma_z^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{1}{|P(e^{j\omega})|^2 + \frac{\sigma_z^2}{E_s}} d\omega$$

Probabilidad de error de los igualadores con restricciones de coeficientes



Probabilidad de una secuencia errónea

$$P_e \approx K_0 Q \left(\frac{D_{\min}}{2\sqrt{\sigma_z^2}} \right)$$

Probabilidad de error de un detector ML de secuencias
(probabilidad de error con utilizando el algoritmo de Viterbi)

D_{\min} = representa la distancia Euclídea mínima entre
dos secuencias sin ruido.

K_0 = representa el máximo número de secuencias recibidas
que se hallan a una distancia D_{\min} de una posible
secuencia recibida.

Resumen sobre probabilidades de error

$$P_e \approx K_0 Q \left(\frac{D_{\min}}{2\sqrt{\sigma_z^2}} \right)$$

Detector ML (con alg. Viterbi)

$$P_e \approx kQ \left(\frac{d_{\min}}{2\sqrt{\sigma_{e_d}^2}} \right)$$

Igualadores sin restricciones

$$P_e \approx kQ \left(\frac{d_{\min} |c[d]|}{2\sqrt{\sigma_{z'}^2 + \sigma_{ISI}^2}} \right)$$

Igualadores con restricciones