Formulario – igualadores – detector ML

Luca Martino
Francisco J. Rodríguez Ruiz
Apuntes-Laboratorio
no revisados (cuidado!!!)

Detección cuando hay ISI

- Cuando tenemos ISI (interferencias entre símbolos) tenemos 3 alternativas:

- Óptima: (Decisor óptimo en presencia de ISI) detección de la secuencia de máxima verosimilitud (con el algoritmo de Viterbi lo hacemos de forma eficiente).
- Subóptimas: uso de igualadores de canal y luego un decisor símbolo a símbolo (sin memoria).
- La peor en términos de prestaciones: también podríamos utilizar directamente un decisor símbolo a símbolo (sin memoria), si es el caso retardando la decisión, pero claramente nos da peores prestaciones aunque menor complejidad.

Criterio "Zero forcing"

Criterio MMSE

$$\boxed{W(e^{j\omega}) = \frac{1}{P(e^{j\omega})} e^{-j\omega d}} \xleftarrow{\text{Ignorando el ruido}} \boxed{W(e^{j\omega}) = \frac{P^*(e^{j\omega})}{\left|P(e^{j\omega})\right|^2 + \frac{\sigma_z^2}{E_s}} e^{-j\omega d}}$$

Sin restricciones => Filtro IIR (todo polos - AR)

Sin restricciones => Filtro IIR (ARMA)

$$\boxed{\vec{w} = \left(P^H P\right)^{-1} P^H \vec{c}} \xleftarrow{\text{Ignorando el ruido}} \boxed{\vec{w} = \left(P^H P + \frac{\sigma_z^2}{E_s} I\right)^{-1} P^H \vec{c}}$$

Con restricciones=> Filtro FIR

Con restricciones=> Filtro FIR

Construcción matriz de “convolución de canal” P

$$\boxed{K = \text{ memoria p[n] (longitud canal} - 1)}$$

$$\boxed{K_W + 1 = \text{ coeficientes filtro igualador w[n]}}$$

$$P = \underbrace{\begin{bmatrix} p[0] & 0 & 0 & 0 \\ p[1] & p[0] & 0 & 0 \\ \ldots & p[1] & p[0] & 0 \\ p[K] & \ldots & p[1] & p[0] \\ 0 & p[K] & \ldots & p[1] \\ 0 & 0 & p[K] & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & p[K] \end{bmatrix}}_{\boxed{K_W + 1}} \quad \boxed{K + K_W + 1}$$

Siempre más líneas, que columnas (matriz rectangular)

Calculo del coeficientes del filtro w[n]

$$\boxed{d = \text{retardo decisión}}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{c[d]}$$

$$\boxed{K + K_W + 1}$$

$$\vec{w} = \left(P^H P\right)^{-1} P^H \vec{c}$$

$$\vec{w} = \left(P^H P + \frac{\sigma_z^2}{E_s} I\right)^{-1} P^H \vec{c}$$

Vector columna de dimensión

$$\boxed{K_W + 1}$$

Prestaciones – Prob. de Error

Probabilidad de error de los igualadores SIN restricción de coeficientes

Distancia mínima entre símbolos de la constelación

Numero máximo de símbolos a distancia dmin en la constelación

$$P_e \approx kQ\left(\frac{d_{\min}}{2\sqrt{\sigma_{e_d}^2}}\right)$$

$$\sigma_{e_d}^2 = \sigma_z^2 \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{1}{\left|P(e^{j\omega})\right|^2} d\omega$$

$$\sigma_{e_d}^2 = \sigma_z^2 \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{1}{\left|P(e^{j\omega})\right|^2 + \frac{\sigma_z^2}{E_s}} d\omega$$

Probabilidad de error de los igualadores con restricciones de coeficientes

Solución óptima con el criterio mínimos cuadrados

$$\vec{c} = P\vec{w}$$

$$\vec{c} = [c[0], c[1], \ldots, c[K+K_w]]$$

Distancia mínima entre símbolos de la constelación

Numero máximo de símbolos a distancia dmin en la constelación

$$P_e \approx kQ\left(\frac{d_{\min}|c[d]|}{2\sqrt{\sigma_{z'}^2 + \sigma_{ISI}^2}}\right)$$

Potencia del ruido filtrado

Potencia ISI residual

$$\sigma_{z'}^2 = \sigma_z^2 \sum_{k=0}^{K_w} |w[k]|^2$$

$$\sigma_{ISI}^2 = E_s \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq d}}^{K+K_w} |c[k]|^2$$

Probabilidad de una secuencia errónea

$$P_e \approx \kappa_0 Q\left(\frac{D_{\min}}{2\sqrt{\sigma_z^2}}\right)$$

Probabilidad de error de un detector ML de secuencias
(probabilidad de error con utilizando el algoritmo de Viterbi)

$D_{\min}$ = representa la distancia Euclídea mínima entre dos secuencias sin ruido.

κ_0 = representa el máximo número de secuencias recibidas que se hallan a una distancia *Dmin* de una posible secuencia recibida.

Resumen sobre probabilidades de error

$$P_e \approx \kappa_0 Q\left(\frac{D_{\min}}{2\sqrt{\sigma_z^2}}\right)$$

Detector ML (con alg. Viterbi)

$$P_e \approx kQ\left(\frac{d_{\min}}{2\sqrt{\sigma_{e_d}^2}}\right)$$

Igualadores sin restricciones

$$P_e \approx kQ\left(\frac{d_{\min}\left|c[d]\right|}{2\sqrt{\sigma_{z'}^2 + \sigma_{ISI}^2}}\right)$$

Igualadores con restricciones