Posibles preguntas teóricas
(que aparecen también en los problemas)

1 Mezcla

1. Considere una señal $x(t)$ periódica. Existe la Trasformada de Fourier? que transformación existe?

2. Demuestre la propiedad de la convolución $x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$.

3. Demuestre la propiedad de la convolución $[x(t) * h_1(t)] * h_2(t) = x(t) * [h_1(t) * h_2(t)]$.

4. Describa las propiedades que tiene que cumplir $h(t)$ para que el sistema LTI sea estable.

5. Considere $h(t) = e^{-t}$; el sistema LTI es estable?

6. Considere $h(t) = u(t) - u(t-4)$; el sistema LTI es estable?

7. Considere $h(t) = \delta(t) - \delta(t-1)$; el sistema LTI es estable?

8. El sistema definido por la respuesta al impulso $h(t) = x(t)^2$ tiene memoria?

9. El sistema definido por la respuesta al impulso $h(t) = x(t)^2$ es lineal?

10. El sistema definido por la respuesta al impulso $h(t) = x(t)`x(t-1)$ es causal?

11. Explique porque $h(t)$ se llama "respuesta al impulso".

12. Escriba la formula de la energía de una señal $x(t)$.

13. Considere una señal $x(t)$ periódica y real, con coeficientes de la serie de Fourier a_k. Demuestre que $a_k = a^*_{-k}$.

14. Considere una señal $x(t)$ periódica, con coeficientes de la serie de Fourier a_k. Demuestre que los coeficientes de la serie de Fourier de $x(t-\gamma)$ son $b_k = a_k e^{-jk\omega_0\gamma}$.

15. Considere una señal $x(t)$ con trasformada de Laplace $X(s)$ (bilatera). Demuestre que la transformada de $\frac{dx(t)}{dt}$ es $sX(s)$.

2 Periodicidad

1. Una señal del tipo $\cos(w_0 t)$ o $\exp(jw_0 t)$, es siempre periódica?
2. Una señal del tipo $\cos(w_1 t) + \cos(w_2 t)$ o $\exp(jw_1 t) + \exp(jw_2 t)$, es siempre periódica? que condiciones tiene que respetar?
3. Una señal del tipo $\cos(\Omega_0 n)$ o $\exp(j\Omega_0 n)$, es siempre periódica? que condiciones tiene que respetar?
4. Una señal del tipo $\cos(\Omega_1 n) + \cos(\Omega_2 n)$ o $\exp(j\Omega_1 n) + \exp(j\Omega_2 n)$, es siempre periódica? que condiciones tiene que respetar?
5. Considere un señal tiempo continuo $x(t)$ periódica con periodo T y coeficientes de la série de Fourier a_k. Los coeficientes a_k son periódicos? si lo son, con que periodo?
6. Considere un señal tiempo discreto $x[n]$ periódica con periodo N y coeficientes de la série de Fourier a_k. Los coeficientes a_k son periódicos? si lo son, con que periodo?
7. Considere la Transformada de Fourier $X(\omega)$ de $x(t)$. Es $X(\omega)$ periódica? si lo es, con que periodo?
8. Considere la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de $x[n]$. Es $X(\Omega)$ periódica? si lo es, con que periodo?

3 Sistemas LTI

1. Como se puede expresar la salida $y(t)$ o $y[n]$ de un sistema LTI (en tiempo continuo y discreto) en función de la entrada $x(t)$ o $x[n]$? cuantas formas existen (de un punto de vista matemático)?
2. Por que se estudian los sistemas LTI en un dominio "transformado" (diferente al dominio temporal; ω, s, z etc...)?
3. Considere la Transformada de Fourier $X(\omega)$ de la entrada y la Transformada de Fourier $Y(\omega)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Fourier $H(\omega)$ de la respuesta al impulso $h(t)$.
4. Considere la Transformada de Laplace $X(s)$ de la entrada y la Transformada de Laplace $Y(s)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Laplace $H(s)$ de la respuesta al impulso $h(t)$.
5. Considere la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de la entrada y la Transformada de Fourier $Y(\Omega)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Fourier $H(\Omega)$ de la respuesta al impulso $h[n]$.

6. Considere la Transformada Zeta $X(z)$ de la entrada y la Transformada Zeta $Y(z)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Laplace $H(s)$ de la respuesta al impulso $h[n]$.
7. Exprese la siguiente ecuación $y(t) = x(t) * h(t)$ o $y[n] = x[n] * h[n]$, en el dominio de la frecuencia.

4 Fourier

1. A que tipo de señales se aplican las Séries de Fourier (para señales en tiempo continuo y discreto)?
2. La série de Fourier de una señal $x[n]$ tiempo discreto tiene problemas de convergencia?
3. Las série de Fourier de una señal $x[n]$ tiempo discreto, es realmente una série?
4. A que tipo de señales se aplican las Transformadas de Fourier (para señales en tiempo continuo y discreto)?
5. Tienen problemas de convergencias las Transformadas de Fourier (para señales en tiempo continuo y discreto)? indique alguna condición de convergencia.
6. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de una constante (tiempo continuo y/o discreto)? explique su respuesta.
7. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de un escalón (tiempo continuo y/o discreto)? explique su respuesta.
8. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de una señal periódica (tiempo continuo y/o discreto)? explique su respuesta.
9. De un punto de vista estrictamente matemático, existe a Transformada de Fourier de $sin(t)$ o $cos(t)$? explique su respuesta.
10. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de $e^{-at}sin(t)$ o $e^{-at}cos(t)$ con $a \geq 0$ (tiempo continuo y/o discreto)? explique su respuesta.
11. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de $e^{-at}sin(t)$ o $e^{-at}cos(t)$ con $a \leq 0$? explique su respuesta.
12. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de $e^{-at}sin(t)u(t)$ o $e^{-at}cos(t)u(t)$ con $a \leq 0$? explique su respuesta.
13. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de $e^{-at}sin(t)u(t)$ o $e^{-at}cos(t)u(t)$ con $a > 0$? explique su respuesta.

14. Que es la Transformada de Fourier Generalizada (tiempo continuo y/o discreto)? para que sirve? de un punto de vista estrictamente matemático, es algo riguroso? Describa la Transformada de Fourier Generalizada.

15. Considere un señal tiempo continuo $x(t)$ periódica con periodo T y coeficientes de la série de Fourier a_k. Los coeficientes a_k son periódicos? si lo son, con que periodo?

16. Considere un señal tiempo discreto $x[n]$ periódica con periodo N y coeficientes de la série de Fourier a_k. Los coeficientes a_k son periódicos? si lo son, con que periodo?

17. Considere una señal de longitud finita $x(t)$ y $x[n]$, con Transformada de Fourier $X(\omega)$ y $X(\Omega)$. Considere también una señal periódica $\widetilde{x}(t)$ y $\widetilde{x}[n]$ obtenidas replicando periodicamente $x(t)$ y $x[n]$ con periodo T y N. Encuentre (escriba una expresión) los a_k de $\widetilde{x}(t)$ y de $\widetilde{x}[n]$.

18. Considere la Transformada de Fourier $X(\omega)$ de $x(t)$. Es $X(\omega)$ periódica? si lo es, con que periodo?

19. Considere la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de $x[n]$. Es $X(\Omega)$ periódica? si lo es, con que periodo?

20. Considere la Transformada de Fourier $X(\omega)$ de la entrada y la Transformada de Fourier $Y(\omega)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Fourier $H(\omega)$ de la respuesta al impulso $h(t)$.

21. Considere la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de la entrada y la Transformada de Fourier $Y(\Omega)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Fourier $H(\Omega)$ de la respuesta al impulso $h[n]$.

22. Exprese la siguiente ecuación $y(t) = x(t) * h(t)$ en el dominio de la frecuencia.

5 Sampling/Muestro

1. Describa el Teorema de Nyquist (explique de que trata y para que sirve).

2. Describa que ocurre en frecuencia cuando se muestra a paso T una señal continua $x(t)$ obteniendo una señal $x[n] = x(nT)$,
   - considerando la transformada de Fourier $X(\omega)$ de $x(t)$,
   - primero describiendo $X_p(\omega)$,
   - y luego $X(\Omega) = X_p\left(\frac{\Omega}{T}\right)$.

3. Dada una señal $x[n]$ obtenida muestreando una señal $x(t)$ con periodo de muestro T, con Transf. de Fourier $X(\Omega)$, explique como es posible recuperar la señal continua $x(t)$ si el muestreo respeta el Teorema de Nyquist.

4. Dada una señal $x[n]$ obtenida muestreando una señal $x(t)$ con periodo de muestro T, con Transf. de Fourier $X(\Omega)$, si el si el muestreo respeta el Teorema de Nyquist cual es filtro en frecuencia que permite recuperar la señal continua $x(t)$? a que se corresponde esta operación en el dominio del tiempo?

5. Dada una señal $x[n]$ obtenida muestreando una señal $x(t)$ con periodo de muestro T (que respeta el Teorema de Nyquist), explique porque la operación de recuperar la señal continua $x(t)$ a través de un filtro rectangular paso-bajo se define "Interpolación ideal"? Explique primero la palabra "Interpolación" y luego porque se trata de algo "Ideal".

6. Dada una señal $x[n]$ obtenida muestreando una señal $x(t)$ con periodo de muestro T (que respeta el Teorema de Nyquist), explique porque la operación de recuperar la señal continua $x(t)$ se suele llamar "Interpolación" y explique la diferencia entre "Interpolación ideal/ óptima" y "Interpolación sub-óptima".

7. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con paso de muestro $T = 0.1$ s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda $W = 20$ rad/s (es decir, $f \approx 3.18$ Hz). Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

8. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con paso de muestro $T = 0.1$ s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda $W = 70$ rad/s (es decir, $f \approx 11.15$ Hz). Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

9. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 150$ rad/s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda $W = 70$ rad/s (es decir, $f \approx 11.15$ Hz). Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

10. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 100$ rad/s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda $W = 70$ rad/s (es decir, $f \approx 11.15$ Hz). Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

11. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 100$ rad/s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda de $f = 5$ Hz. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

12. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 60$ rad/s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda de $f = 5$ Hz. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

13. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t) = cos(20t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 60$ rad/s. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

14. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t) = cos(35t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 60$ rad/s. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

15. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t) = sin(8\pi t)$ con periodo de muestro $T = 0.1$ s. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

5.1 Diezmado

1. Describa que ocurre en frecuencia cuando se aplica un diezmado de factor N a una secuencia $x[n]$ obteniendo $x_b[n] = x[nN]$.

2. Describa como se interpola (de forma ideal) una secuencia $x_b[n]$ de un factor N para obtener una secuencia interpolada $x_i[n]$ (describa que la operación en frecuencia, y a que equivale en el tiempo).

6 Laplace/Zeta

1. Explique porque se define la Transformada de Laplace y la Transformada de Zeta (dado que ya existe la Transformada de Fourier).

2. Explique que es (que representa, que significa) la región de convergencia de la Transformada de Laplace y/o la Transformada de Zeta.

3. Explique porque a veces se define y usa la Transformada de Laplace Unilatera y/o la Transformada de Zeta Unilatera.

4. Dada una señal $x(t)$ y $x[n]$, la correspondiente Transformada de Laplace $X(s)$ (Bilatera o Unilatera) y la correspondiente Transformada de Zeta $X(z)$ (Bilatera o Unilatera) están univocamente definidas?

5. Dada la Transformada de Laplace Bilatera $X(s)$ y/o la Transformada de Zeta Bilatera $X(z)$, sin ninguna información adicional, las señales $x(t)$ y/o $x[n]$ que generan estas transformadas de Laplace/Zeta Bilatera son univocamente definidas? es decir, hay solo una o existen varias posibles señales en el tiempo que transformadas dan la misma Transformada de Laplace/Zeta Bilatera?

6. Dada la Transformada de Laplace Unilatera $X(s)$ y/o la Transformada de Zeta Unilatera $X(z)$, sin ninguna información adicional, las señales $x(t)$ y/o $x[n]$ que generan estas transformadas de Laplace/Zeta Unilatera son univocamente definidas? es decir, hay solo una o existen varias posibles señales en el tiempo que transformadas dan la misma Transformada de Laplace/Zeta Unilatera?

7. Considere la señal $x(t) = sin(t)u(t)$; existe su Transformada de Laplace? para que valores de σ habrá convergencia? ($s = \sigma + j\omega$).

8. Para hallar la región de convergencia de la Transf. de Laplace/Zeta que es relevante conocer los polos o los ceros?

9. Para estudiar la estabilidad de un sistema LTI que es relevante conocer los polos o los ceros de la Transf. de Laplace/Zeta $H(s)$ (o H(z))?

10. Dada la Transf. de Laplace $X(s)$ con ROC $\{\sigma > -2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?

11. Dada la Transf. de Laplace $X(s)$ con ROC $\{\sigma < -2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?

12. Dada la Transf. de Laplace $X(s) = \frac{s-1}{s+2}$ con ROC $\{\sigma > -2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?

13. Dada la Transf. de Laplace $X(s) = \frac{s-1}{s+2}$ con ROC $\{\sigma < -2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?

14. Dada la Transf. Zeta $X(z)$ con ROC $\{r > 0.5\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?

15. Dada la Transf. Zeta $X(z)$ con ROC $\{r < 0.5\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?

16. Dada la Transf. Zeta $X(z) = \frac{z-1}{z+2}$ con ROC $\{r > 2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?

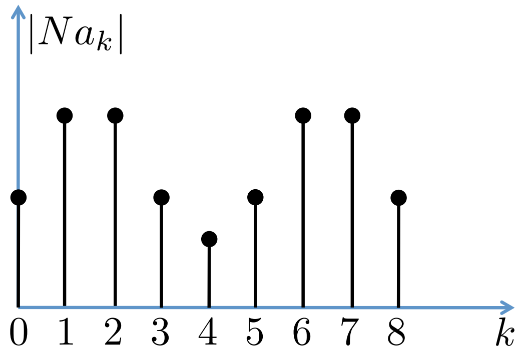
17. Dada la Transf. Zeta $X(z) = \frac{s-1}{s+2}$ con ROC $\{r < 2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?

18. Existe la Transformada de Laplace de $\cos(w_0 t)$ o $\sin(w_0 t)$? (es decir, la ROC esta vacia o no?)

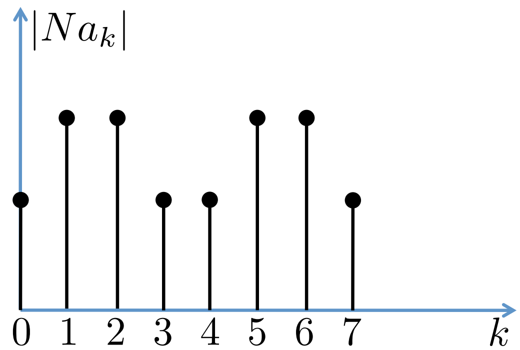
19. Existe la Transformada de Laplace de $\cos(w_0 t)u(t)$ o $\sin(w_0 t)u(t)$? (es decir, la ROC esta vacia o no?)

7 Filtros tiempo discreto

1. Describa los filtros ARMA, AR, MA en el tiempo y en el dominio transformado Zeta (diga todos los nombres alternativos).



(a)

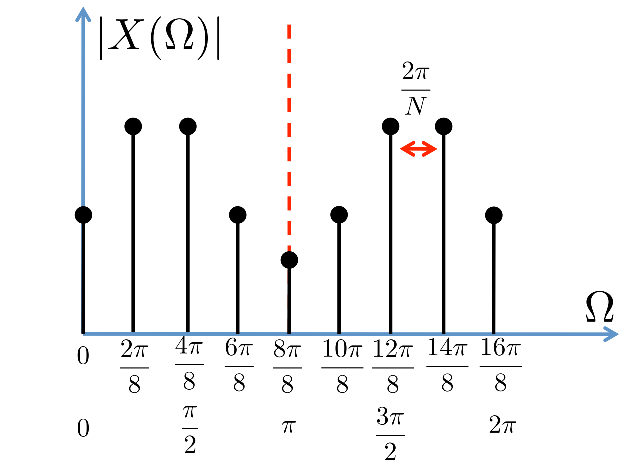


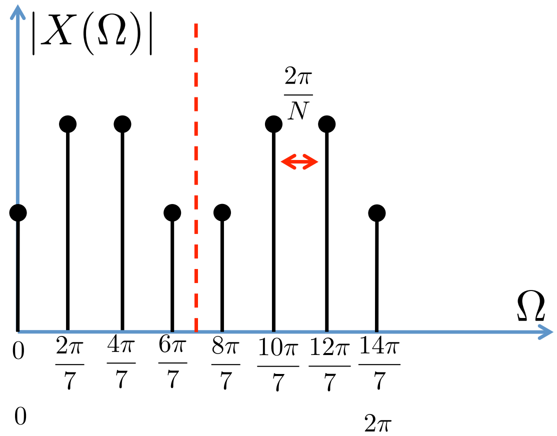
(b)

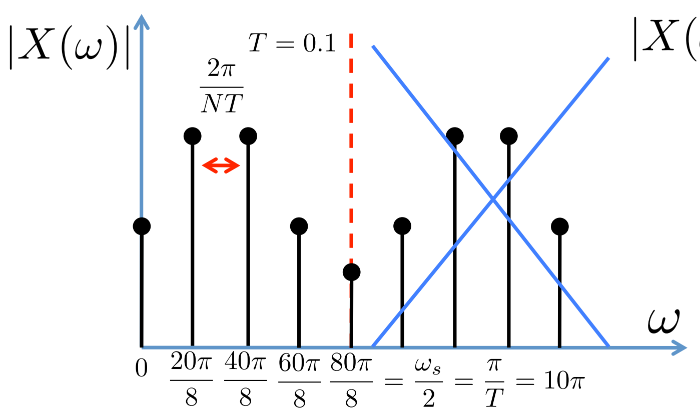
8 FFT y DFT en Matlab

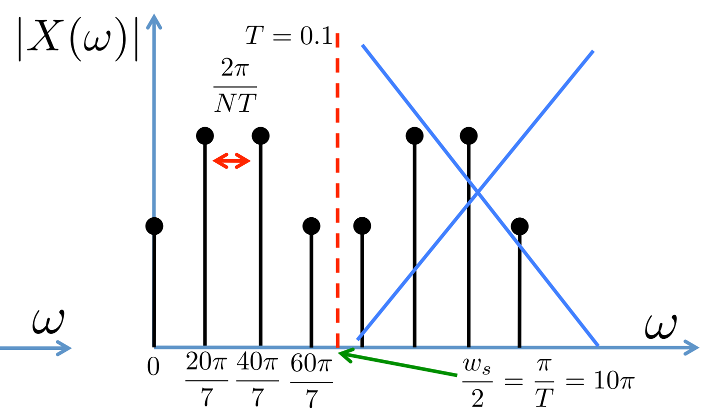
1. Considere dos señales en tiempo discreto $x[n]$ de longitud $N = 7$ y $N = 8$. El modulo de la salida de la DFT (aproximada con la FFT en Matlab) de cada señal, es dado en las figuras abajo.
   Interprete esta salida en el dominio de Ω y ω, sabiendo que las señales han sido obtenidas muestreando unas señales continuas con periodo de muestreo $T = 0.1$. (la longitud N de las señales podra no ser dada en el texto, por que?)

La SOLUCIÓN está en la otra pagina.


$|X(\Omega)|$
$\frac{2\pi}{N}$
Ω
0 $\frac{2\pi}{8}$ $\frac{4\pi}{8}$ $\frac{6\pi}{8}$ $\frac{8\pi}{8}$ $\frac{10\pi}{8}$ $\frac{12\pi}{8}$ $\frac{14\pi}{8}$ $\frac{16\pi}{8}$
0 $\frac{\pi}{2}$ π $\frac{3\pi}{2}$ 2π


$|X(\Omega)|$
$\frac{2\pi}{N}$
Ω
0 $\frac{2\pi}{7}$ $\frac{4\pi}{7}$ $\frac{6\pi}{7}$ $\frac{8\pi}{7}$ $\frac{10\pi}{7}$ $\frac{12\pi}{7}$ $\frac{14\pi}{7}$
0 2π


$|X(\omega)|$
$T = 0.1$
$\frac{2\pi}{NT}$
ω
0 $\frac{20\pi}{8}$ $\frac{40\pi}{8}$ $\frac{60\pi}{8}$ $\frac{80\pi}{8} = \frac{\omega_s}{2} = \frac{\pi}{T} = 10\pi$


$|X(\omega)|$
$T = 0.1$
$\frac{2\pi}{NT}$
ω
0 $\frac{20\pi}{7}$ $\frac{40\pi}{7}$ $\frac{60\pi}{7}$
$\frac{w_s}{2} = \frac{\pi}{T} = 10\pi$