

Resumen - Transformadas

Luca Martino

- Serie de Fourier, Transformada de Fourier estándar, y Transformada de Laplace “funcionan” con la regla de cálculo de Riemann (Integral de Riemann).
- La Transformada de Fourier Generalizada (TFG) “necesita” la Teoría del integral de Lebesgue y Teoría de Distribuciones.
- Técnicamente y más precisamente todo lo que conlleva “deltas de Dirac” necesita la Teoría del integral de Lebesgue y Teoría de Distribuciones (aunque yo **no** he hablado de TFG para la delta de Dirac en el tiempo... pero más precisamente también estos integrales siguen Lebesgue y Teoría de Distribuciones).
- **LAPLACE (BILATERAL) GENERALIZA LA TF Estándar**

| Señal | Serie de Fourier | Transf. de Fourier Estándar | TF Generalizada | Laplace (Bilateral) | Energía |
|---|-----------------------------------|--|---|-------------------------------------|----------|
| $x(t) = 1$ | $a_0 = 1,$ $a_k = 0, k \neq 0$ | No | $2\pi\delta(\omega)$ | No | Infinita |
| $x(t) = u(t)$ | No | No | $\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$ | $\frac{1}{s} \quad \sigma > 0$ | Infinita |
| $x(t) = \text{sign}(t)$ $= u(t) - \frac{1}{2}$ | No | No | $\frac{1}{j\omega}$ | No | Infinita |
| $x(t) = e^{-at}$ $a \neq 0$ | No | No | No | No | Infinita |
| $x(t) = e^{-at}u(t)$ $a > 0$ | No | $\frac{1}{j\omega + a}$ ($a > 0$) | No | $\frac{1}{s + a} \quad \sigma > -a$ | FINITA |

| Señal | Serie de Fourier | Transf. de Fourier Estándar | TF Generalizada | Laplace (Bilateral) | Energía |
|-----------------------------------|---|--|--|-----------------------------------|----------|
| $x(t) = e^{-at}u(t)$ $a < 0$ | No | No | No | $\frac{1}{s+a} \quad \sigma > -a$ | Infinita |
| $x(t) = -e^{-at}u(-t)$ $a > 0$ | No | No | No | $\frac{1}{s+a} \quad \sigma < -a$ | Infinita |
| $x(t) = -e^{-at}u(-t)$ $a < 0$ | No | $\frac{1}{j\omega + a}$ ($a < 0$) | No | $\frac{1}{s+a} \quad \sigma < -a$ | FINITA |
| $x(t) = \cos(\omega_0 t)$ | $a_1 = a_{-1} = \frac{1}{2}$ $a_k = 0, k \neq -1, 1$ | No | $X_G(\omega) = \pi\delta(\omega - \omega_0) + \pi\delta(\omega + \omega_0)$ | No | Infinita |
| $x(t) = \sin(\omega_0 t)$ | $a_1 = -\frac{j}{2}, a_{-1} = \frac{j}{2}$ $a_k = 0, k \neq -1, 1$ | No | $X_G(\omega) = -\pi j\delta(\omega - \omega_0) + \pi j\delta(\omega + \omega_0)$ | No | Infinita |

| Señal | Serie de Fourier | Transf. de Fourier Estándar | TF Generalizada | Laplace (Bilateral) | Energía |
|-------------------------------|--|-----------------------------|---|--|----------|
| $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ | $a_1 = 1,$ $a_k = 0, k \neq 1$ | No | $X_G(\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$ | No | Infinita |
| $x(t) = \cos(\omega_0 t)u(t)$ | No | No | No | $\frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \quad \sigma > 0$ | Infinita |
| $x(t) = \sin(\omega_0 t)u(t)$ | No | No | No | $\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} \quad \sigma > 0$ | Infinita |
| $x(t) = t^n u(t)$ | No | No | No | $\frac{n!}{s^{n+1}} \quad \sigma > 0$ | Infinita |
| $x(t)$ periódica | $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$ | No | $2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(\omega - k\omega_0)$ | No | Infinita |