Introducción a las señales en el dominio del tiempo

1. Señales: Definición y clasificación.
2. Transformaciones de la variable independiente y propiedades de las señales.
3. Estudio de señales básicas.

1. Señales. Definición y clasificación

*“**Función** de una o más **variables independientes** que contenga **información** acerca de la naturaleza o comportamiento de algún fenómeno”*

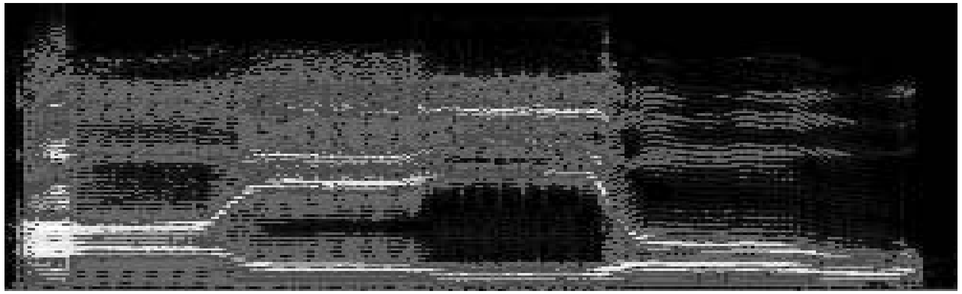
- Ejemplos:
  - Cambios de presión, sonido
  - Posición de la membrana de un altavoz
  - Diferencia de tensión en un piezoeléctrico de un altavoz
  - Posición o velocidad de cualquier móvil (coche, avión, ...)
  - Tensión o corriente en elementos o ramas de un circuito
  - Intensidad en escala de grises de una foto B/N
  - Intensidad de RGB en una imagen a color

- Clasificación:
  - Funciones **de una sola variable** (por defecto, el tiempo) o **de varias variables** (imagen, temperaturas,...).
  - Funciones **unidimensionales** (tensión, corriente,...) o **de varias dimensiones** (posición, velocidad,...)

¿Qué es una señal? Ejemplos

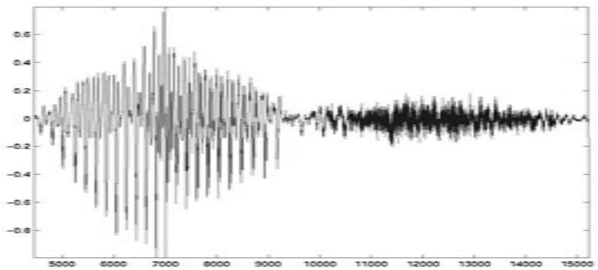
$s(t) = 5t$

$S(x,y) = 3x + 5xy$

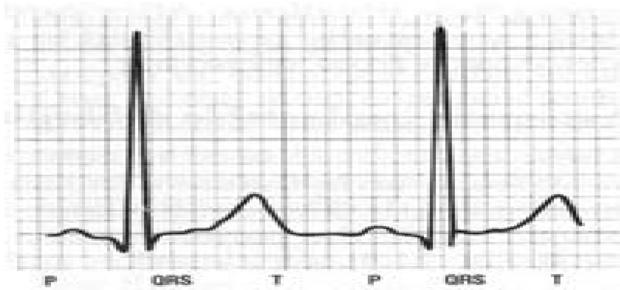


Espectrograma

Imagen



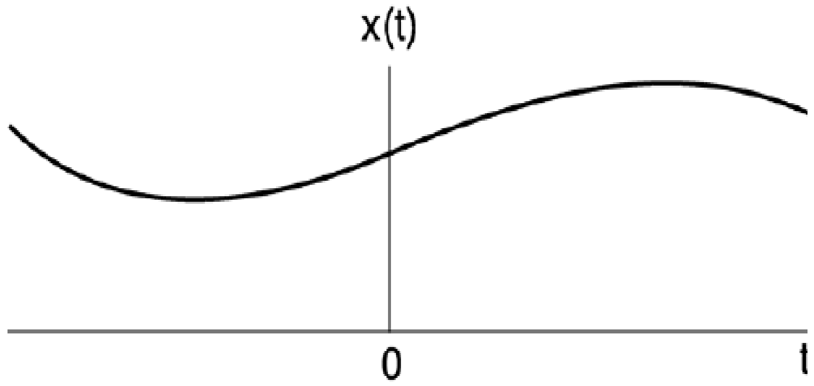
Señal de voz



Señal de ECG

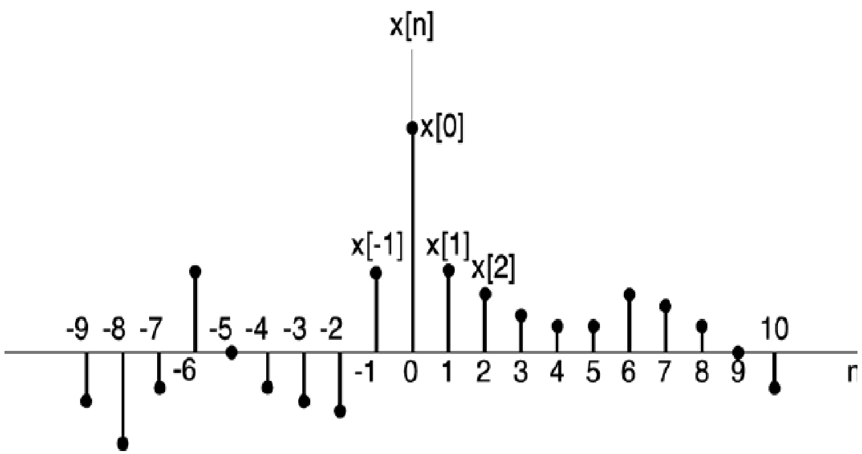
Señales de tiempo continuo

- La **variable independiente** toma valores reales (carácter continuo)
  - Tensión o corriente en elementos o ramas de circuitos
  - Temperatura o presión en un punto en función del tiempo
- Representación gráfica: **curva continua**, variable independiente *"t"*, señal $x(t)$



Señales de tiempo discreto

- La variable independiente toma valores enteros (carácter discreto)
  - Temperatura máxima en los días del año (no existe el día 1.5 ó π)
  - Altura de los alumnos de una clase (no existe el alumno 2.33)
  - El valor de la señal puede ser real: 22.5º C, 1.76 m
- Representación gráfica: variable independiente *n*, señal *x*[*n*], **amplitud de la señal** representada por un **círculo** y un **segmento**



La variable independiente puede ser de carácter inherentemente discreta (edad, día del mes,...) o una discretización de una variable continua (medir una tensión cada 10 ms,...)

2. Transformaciones de la variable independiente y propiedades de la señal

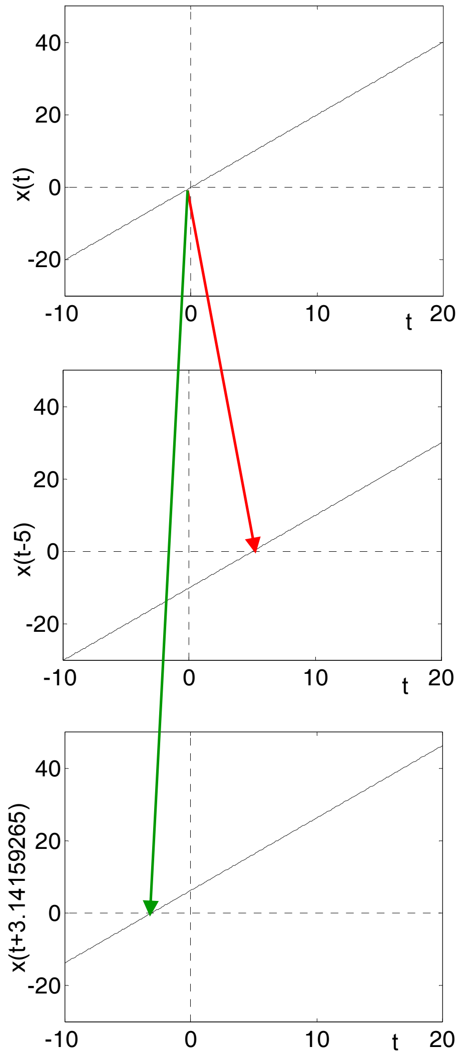
- Transformaciones de la variable independiente:
  - Desplazamiento
  - Reflexión
  - Cambio de escala
- Propiedades:
  - Simetría
  - Periodicidad
  - Causalidad

Desplazamiento

t continuo:
$x_1(t)=x(t-t_0)$;
t_0 real

$x(t-5)$:
Retardo

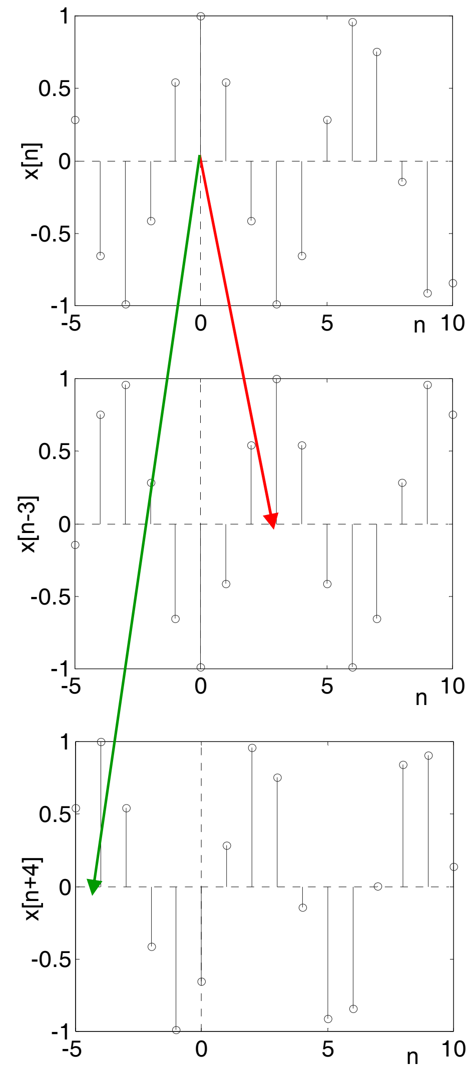
$x(t+\pi)$:
Adelanto



n discreto:
$x_1[n]=x[n-n_0]$;
n_0 entero

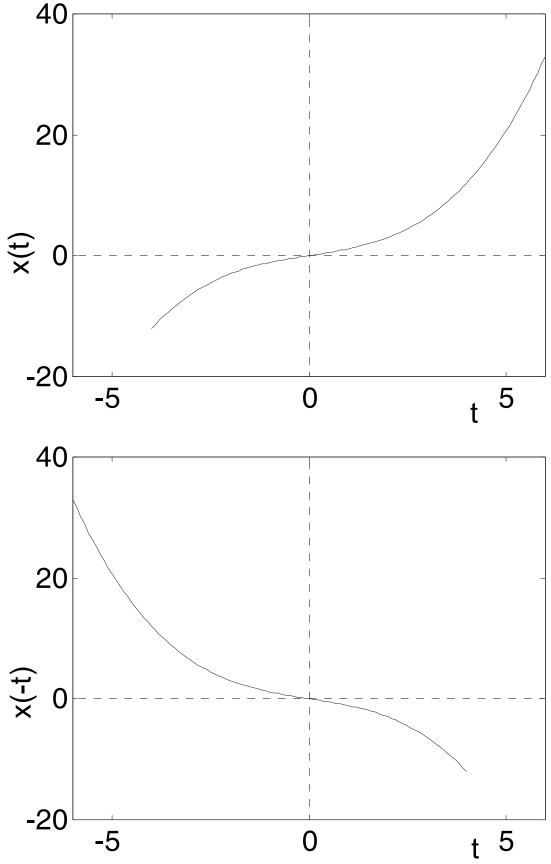
$x[n-3]$:
Retardo

$x[n+4]$:
Adelanto

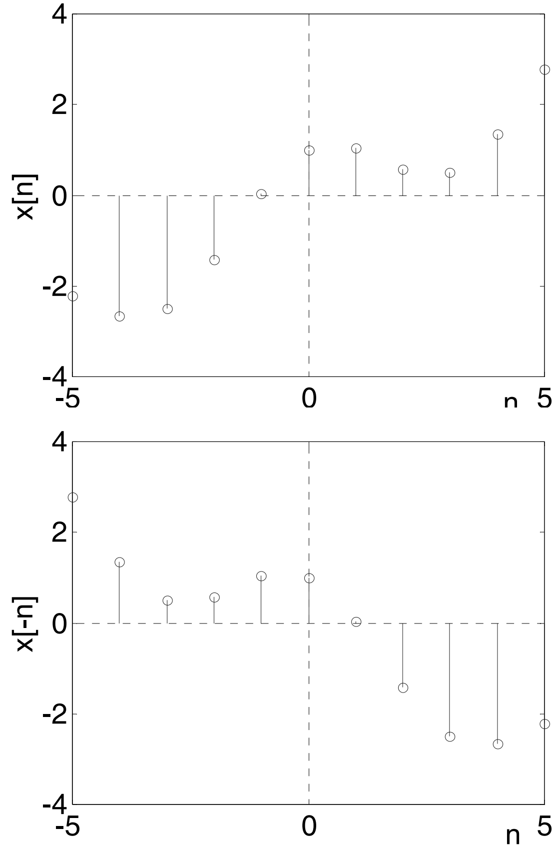


Reflexión

Tiempo **continuo**: $x_1(t)=x(-t)$



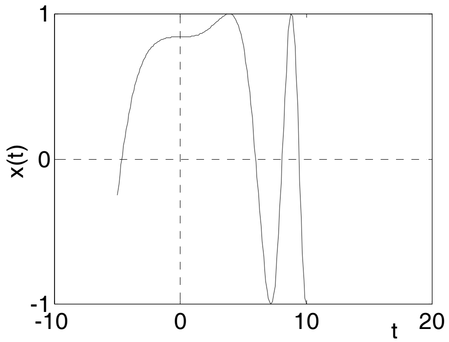
Tiempo **discreto**: $x_1[n]=x[-n]$



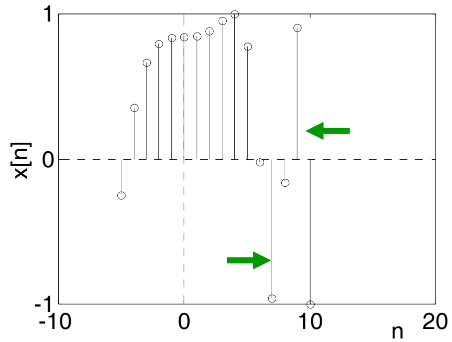
Reflexión especular respecto al eje vertical

Cambio de escala

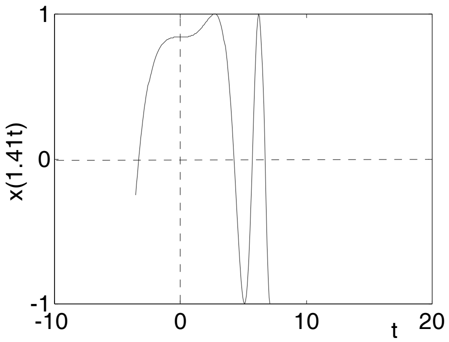
Tiempo continuo:
$x_1(t)=x(a \cdot t)$;
a real



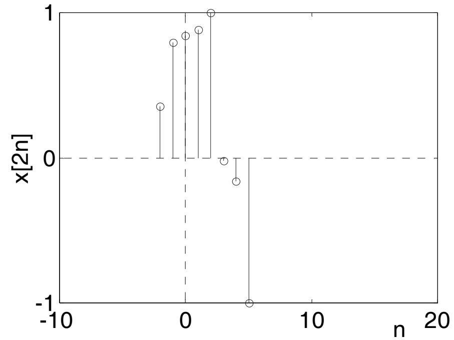
Tiempo discreto:
$x_1[n]=x[a \cdot n]$;
a racional



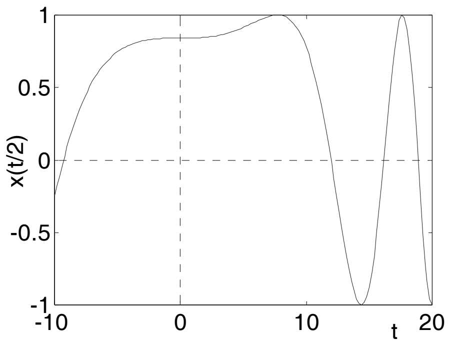
$x(1.41 \cdot t)$
Compresión



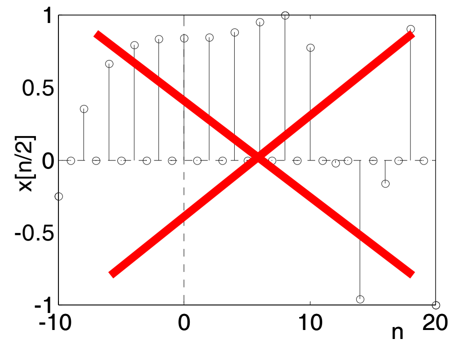
$x[2 \cdot n]$
Compresión.
Pérdida de información



$x(t/2)$
Expansión

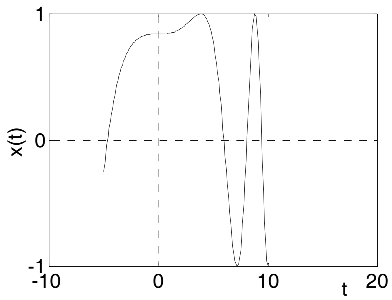


$x[n/2]$
Expansión.
Se introduce información

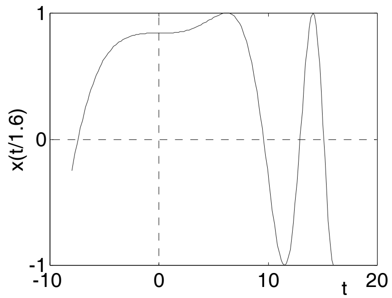


Combinación de transformaciones

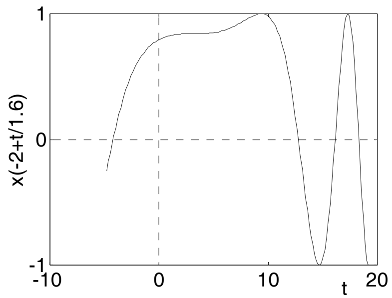
Ejemplo: $x_1(t)=x(-2+t/1.6)$



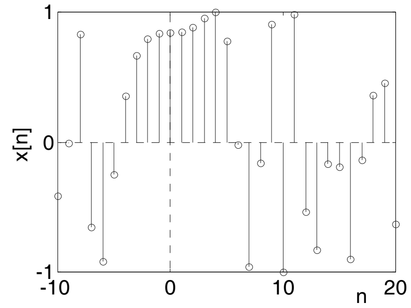
$x(t/1.6)$ **Expansión**



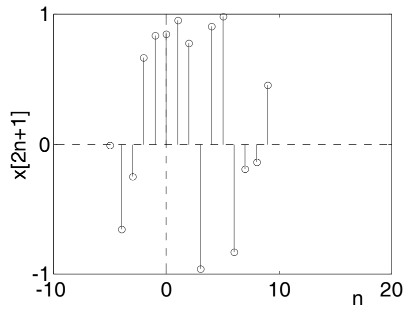
$x(-2+t/1.6)$ **Retardo** en 2*1.6



Ejemplo: $x_1[n]=x[2n+1]$



n	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
x	0.79	0.83	0.84	0.85	0.88	0.95	0.99	0.78
n'	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
2*n'*+1	**-3**	**-1**	**1**	**3**	**5**	**7**	**9 ...**	
***x*[2*n'*+1]**	...	0.83	0.85	0.95	0.78	-0.96	...	



Transformaciones múltiples

Transformaciones múltiples, $$\mathrm{g}(t) \to A\,\mathrm{g}\left(\frac{t-t_0}{a}\right)$$

Una transformación múltiple se puede realizar por pasos

$$\mathrm{g}(t) \xrightarrow{\substack{\textit{escalado en}\\ \textit{amplitud, } A}} A\,\mathrm{g}(t) \xrightarrow{t \to \frac{t}{a}} A\,\mathrm{g}\left(\frac{t}{a}\right) \xrightarrow{t \to t-t_0} A\,\mathrm{g}\left(\frac{t-t_0}{a}\right)$$

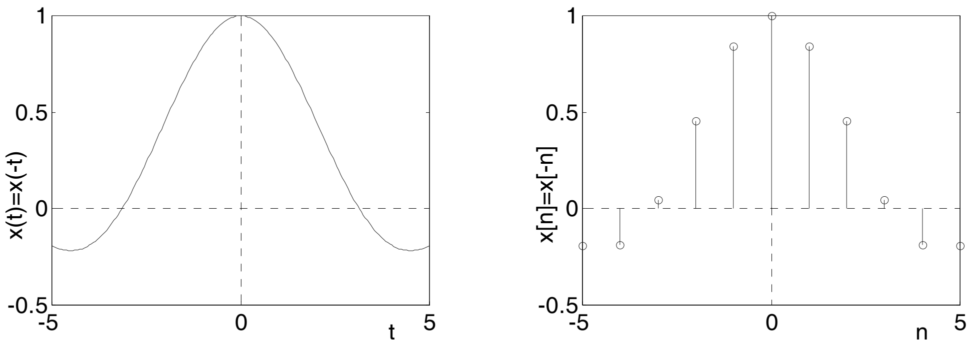
La secuencia de pasos es significativa

$$\mathrm{g}(t) \xrightarrow{\substack{\textit{escalado en}\\ \textit{amplitud, } A}} A\,\mathrm{g}(t) \xrightarrow{t \to t-t_0} A\,\mathrm{g}(t-t_0) \xrightarrow{t \to \frac{t}{a}} A\,\mathrm{g}\left(\frac{t}{a}-t_0\right) \neq A\,\mathrm{g}\left(\frac{t-t_0}{a}\right)$$

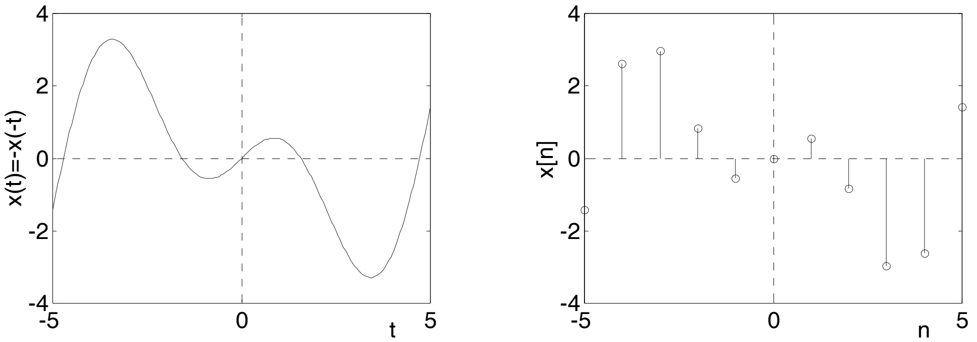
Simetría (I)

Simplifica el estudio y representación de señales

Simetría **par**: $\begin{cases} x(t)=x(-t) \\ x[n]=x[-n] \end{cases}$



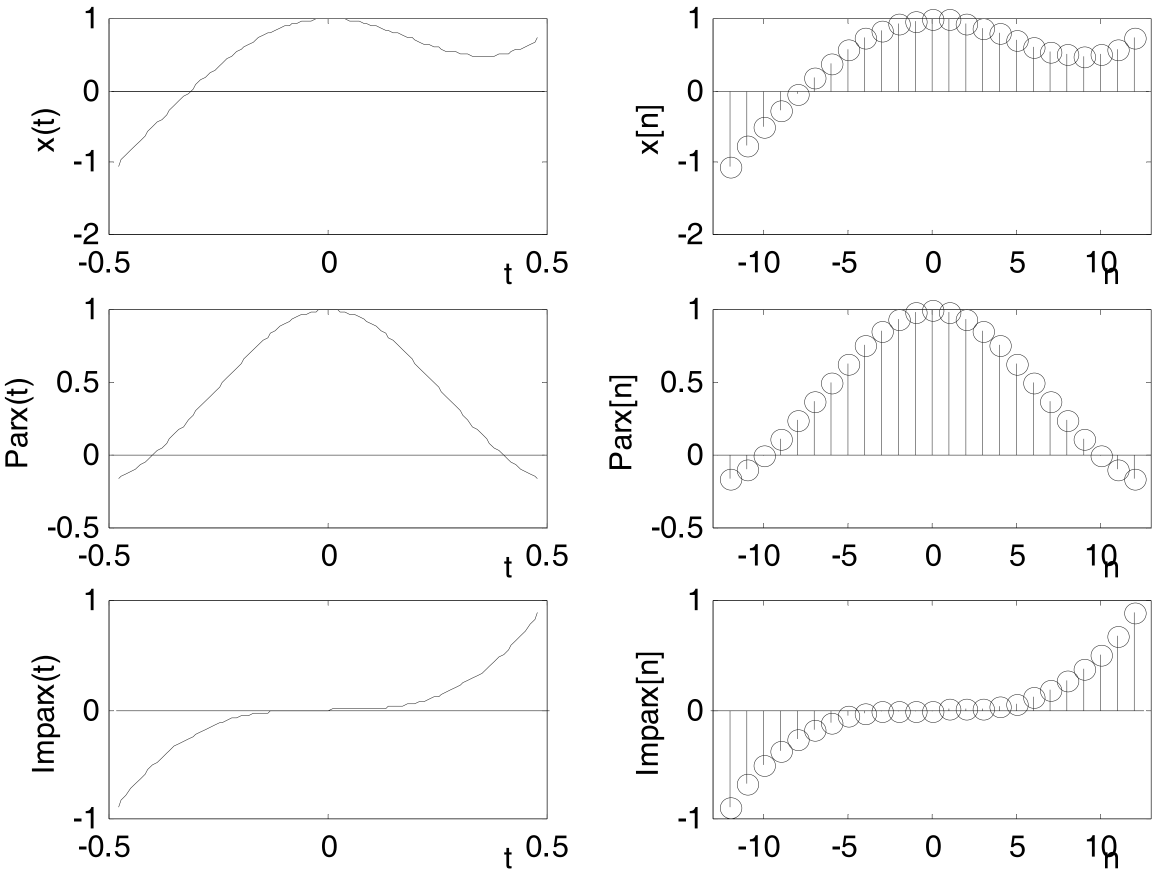
Simetría **impar**: $\begin{cases} x(t)=-x(-t) \\ x[n]=-x[-n] \end{cases}$



Simetría (II)

$$\begin{cases} \textbf{Par}\{\, x(t)\,\} = \{\, x(t) + x(-t)\,\}\,/\,2 \\ \textbf{Par}\{\, x[n]\,\} = \{\, x[n] + x[-n]\,\}\,/\,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \textbf{Impar}\{\, x(t)\,\} = \{\, x(t) - x(-t)\,\}\,/\,2 \\ \textbf{Impar}\{\, x[n]\,\} = \{\, x[n] - x[-n]\,\}\,/\,2 \end{cases}$$



Periodicidad

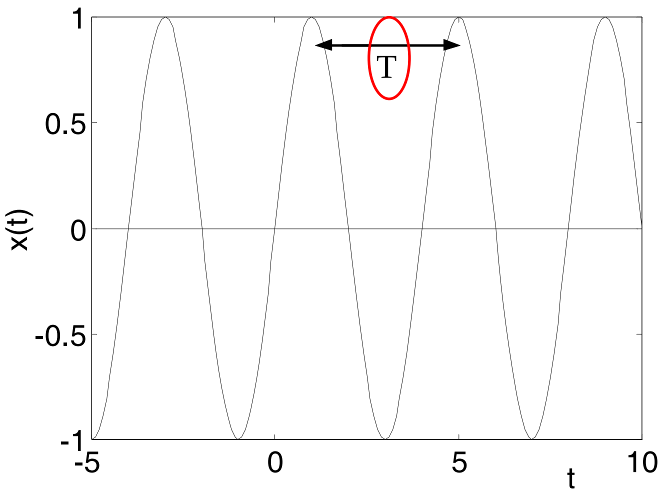
Simplifica el estudio y representación de señales

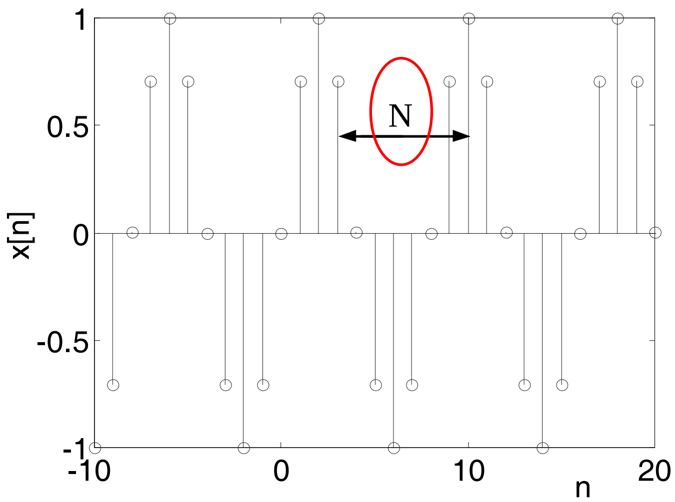
Tiempo **continuo**:

- Una señal $x(t)$ es periódica $\Leftrightarrow$ $\exists\, T \in \Re^{+}$ t.q. $\boxed{x(t+T)=x(t)}$, $\forall t$
- Periodo fundamental $\boxed{T_0=\min\{\, T \,\}}$
- Frecuencia fundamental: $f_0=1/T_0$
- Pulsación fundamental: $\omega_0=2\pi f_0$

Tiempo **discreto**:

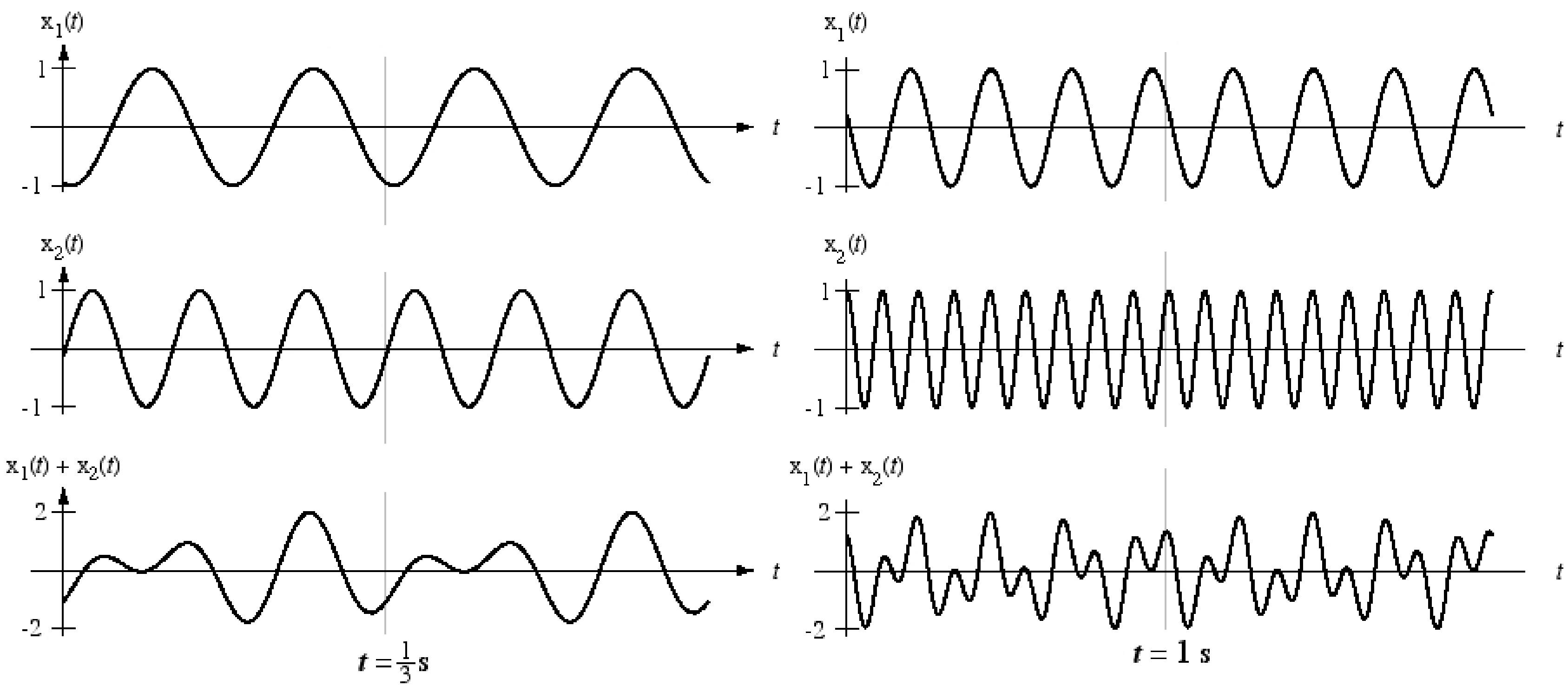
- Una señal $x[n]$ es periódica $\Leftrightarrow$ $\exists\, N \in \mathcal{Z}^{+}$ t.q. $\boxed{x[n+N]=x[n]}$, $\forall n$
- Periodo fundamental $\boxed{N_0=\min\{\, N \,\}}$
- Frecuencia fundamental: $f_0=1/N_0$
- Pulsación fundamental: $\Omega_0=2\pi f_0$





Suma de funciones periódicas

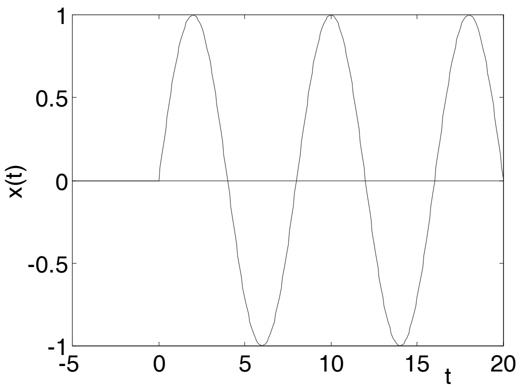
- El periodo de la suma de funciones periódicas es el *mínimo común múltiplo* (**MCM**) de los periodos de las funciones individuales que componen la suma
- Si el **MCM** es infinito, la señal es aperiódica



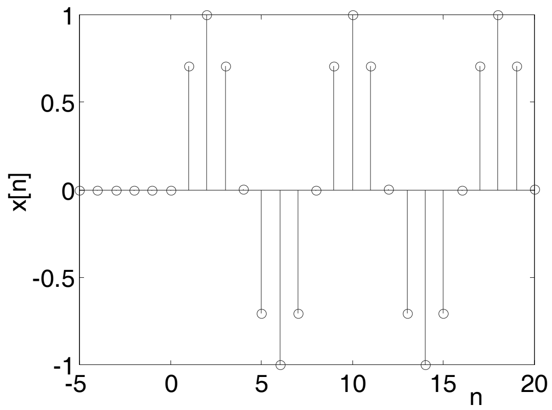
Causalidad

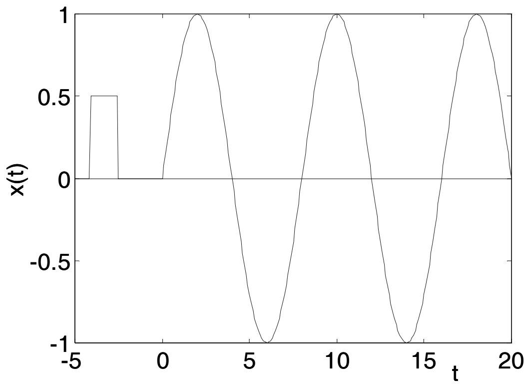
$x(t)$ es **causal** $\Leftrightarrow x(t)=0, \ \forall t<0$

$x[n]$ es **causal** $\Leftrightarrow x[n]=0, \ \forall n<0$

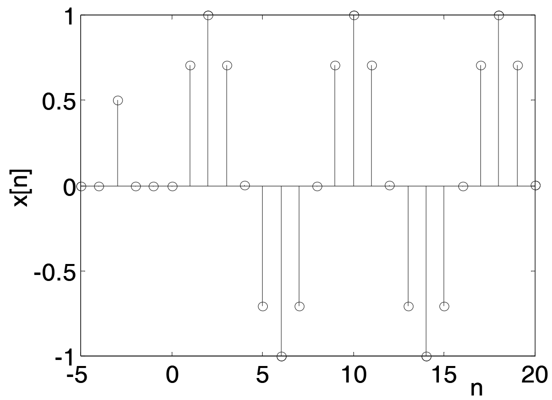


Causal





No causal



3. Estudio de señales básicas

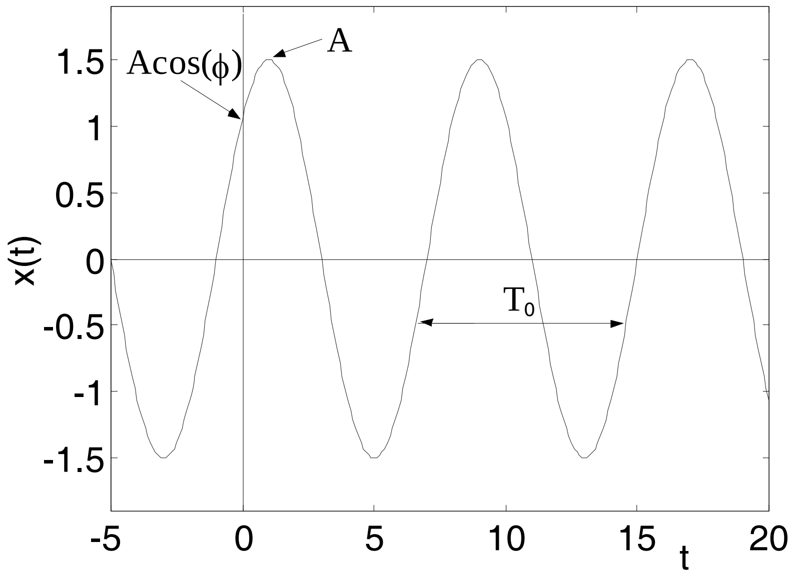
- Señales de tiempo continuo
  - Sinusoidales
  - Exponenciales
    - Exponenciales *reales*
    - Exponencial *imaginaria*
    - Exponenciales *complejas*
  - Escalón unidad
  - Impulso unidad

- Señales de tiempo discreto
  - Escalón unidad
  - Impulso unidad
  - Exponencial real
  - Sinusoidal
  - Exponencial compleja

Señales sinusoidales

$x(t)=A\cdot\cos(\omega t+\phi)$

- Amplitud: A
- Periódica
- Periodo fundamental $T_0=2\pi/|\omega|$
- Frecuencia fundamental $f_0=1/T_0$
- Pulsación fundamental $|\omega|$
- No causal
- Simetría par si $\phi=0$
- Simetría impar si $\phi=\pi/2$



Señales exponenciales (I)

- Señales exponenciales: $x(t)=A\cdot e^{(at+j\beta)}$
  - *A* es un número **real positivo**,
  - *a* es **complejo** y
  - β es un número **real**

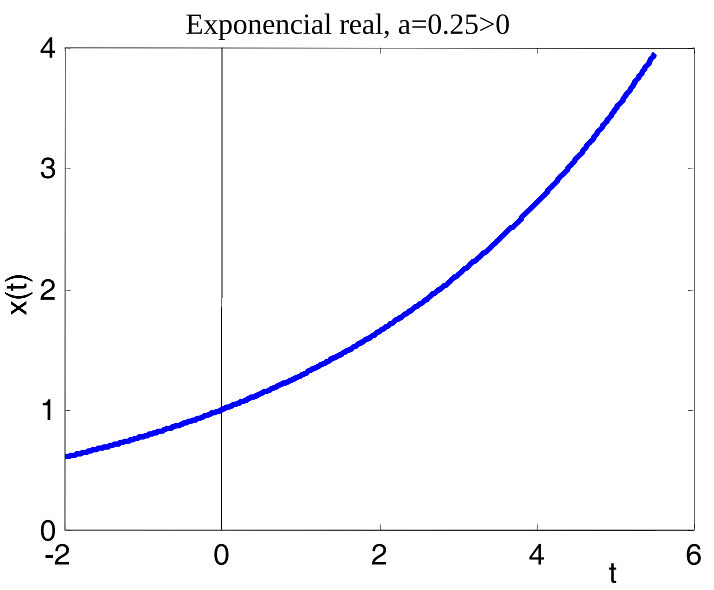
- Podemos distinguir entre:
  - i) *a* **real** (Im{*a*}=0)
  - ii) *a* **imaginario** puro (Re{*a*}=0)
  - iii) *a* **complejo** (Re{*a*} $\neq 0 \neq$ Im{*a*})

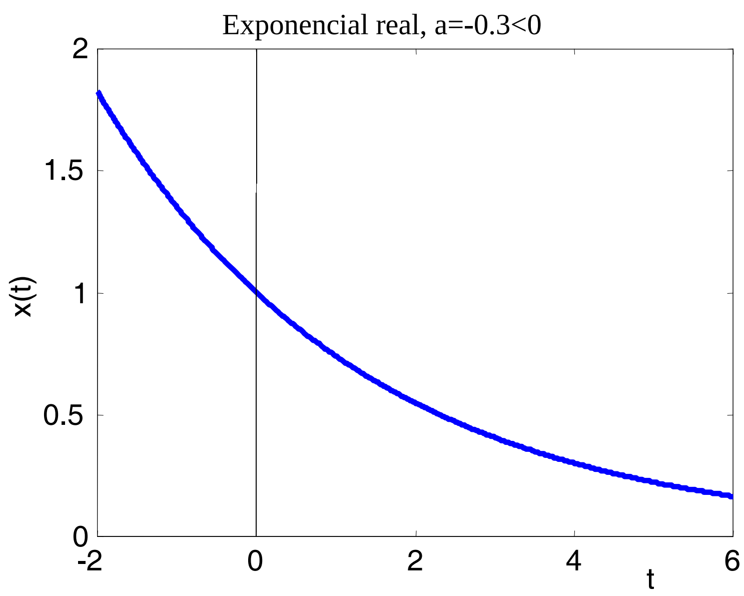
Señales exponenciales (II)

- **Exponencial real** ($\beta = 0$ por simplicidad):

  $x(t)=A\cdot e^{a\cdot t}$;

  A sólo modifica la altura



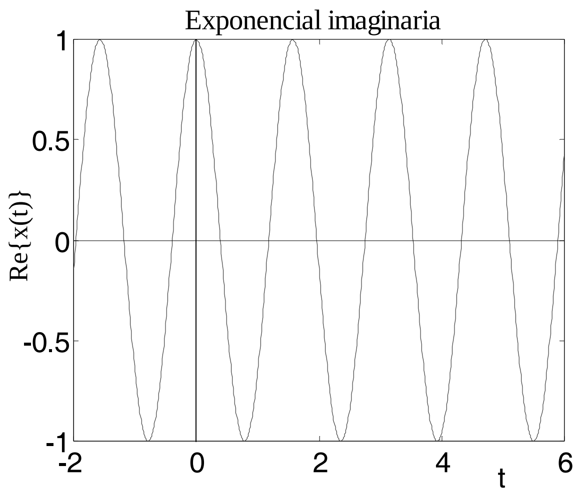


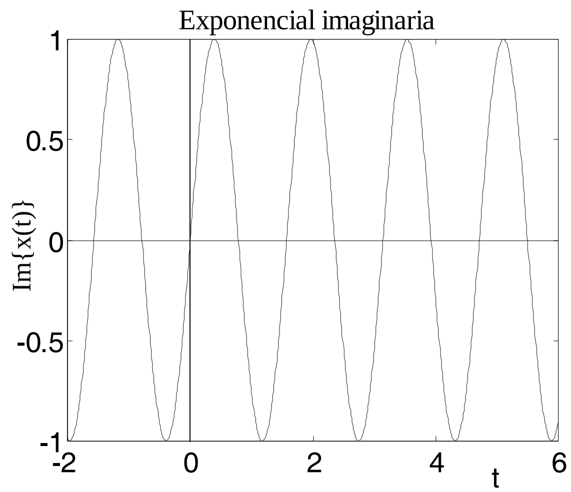
Señales exponenciales (III)

Exponencial imaginaria pura $a=j\omega$ ($\beta=0$ por simplicidad)

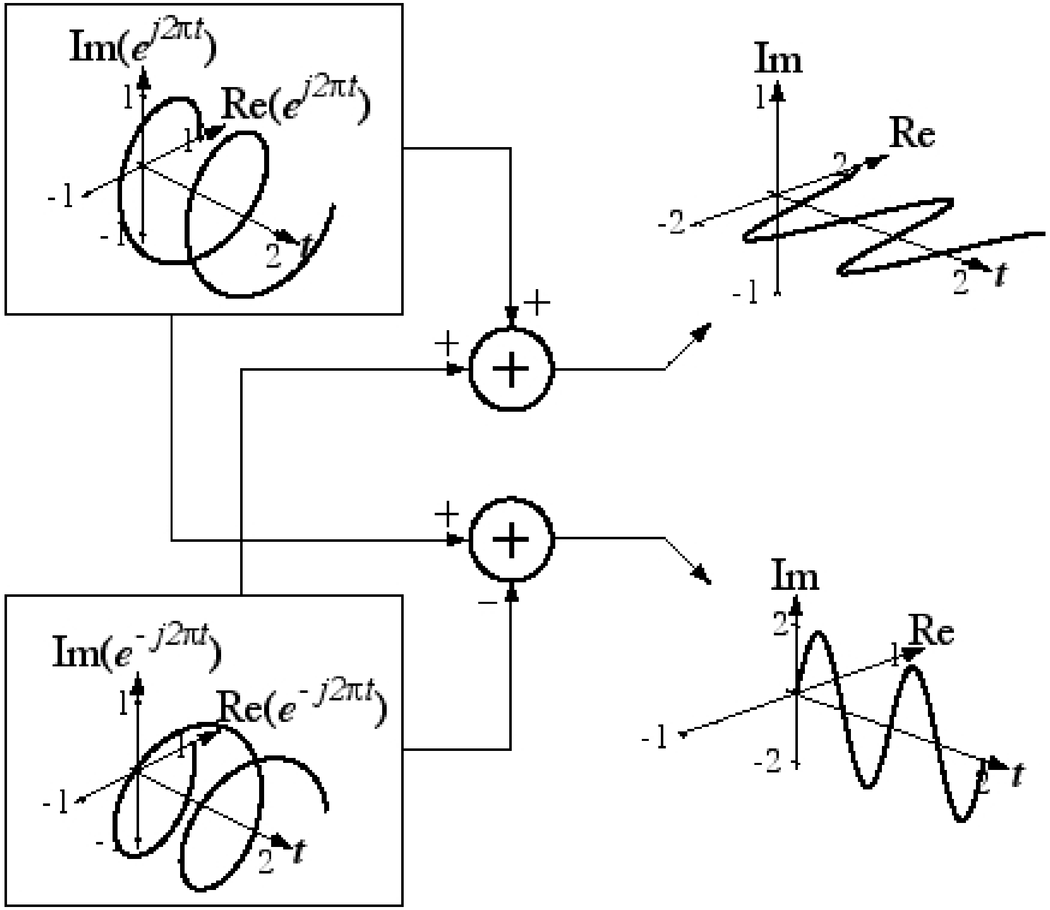
$$\boxed{x(t)=Ae^{j\omega t}=A\cdot\cos(\omega t)+jA\cdot\mathrm{sen}(\omega t)}$$

- Señal compleja
- $\mathrm{Re}\{x(t)\}$ e $\mathrm{Im}\{x(t)\}$ son señales sinusoidales
- Periódica de periodo fundamental $T_0=2\pi/|\omega|$, fcia. fundamental $f_0=1/T_0$
- Pulsación fundamental $|\omega|$
- No causal
- Si $\beta\neq 0 \Rightarrow$ Fase inicial no nula
- Armónicos: $\phi_k(t)=e^{jk\omega t}$





Sinusoides reales y complejas



$$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

$$\mathrm{sen}(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{j2}$$

Señales exponenciales

Exponencial compleja $\boxed{a=r+j\omega}$

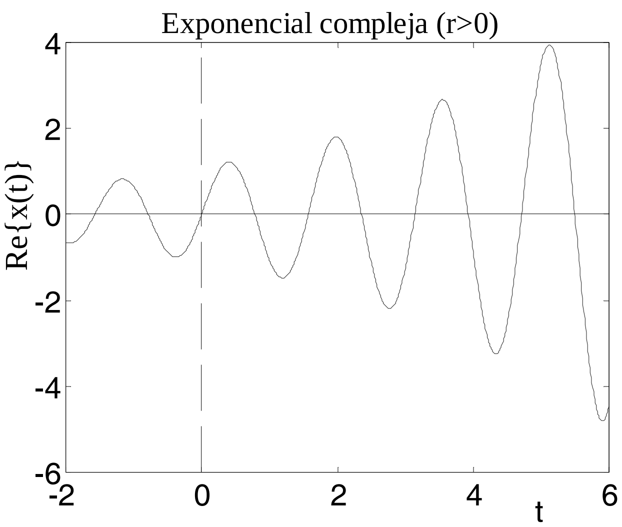
TRANSPARENCIA IMPORTANTISIMA

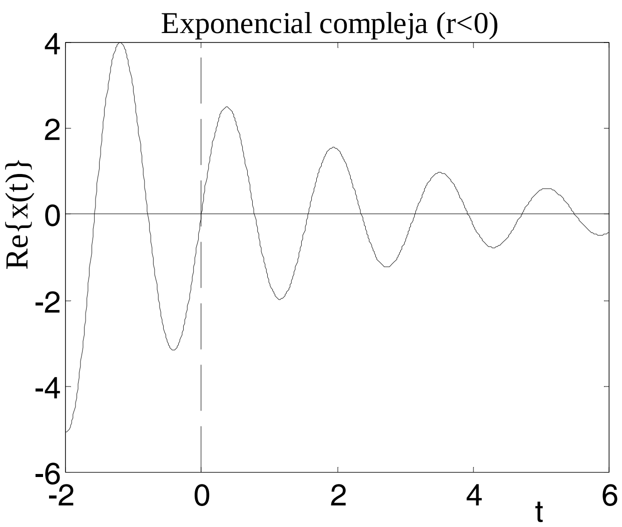
$$\boxed{x(t)=A\cdot e^{(rt+j\omega t+j\beta)}=A\cdot e^{rt}\cdot e^{j(\omega t+\beta)}}$$

- Señal compleja
- Modulación de una exponencial imaginaria por otra real
- No periódica
- Oscilaciones amortiguadas (*r<0*) o crecientes (*r>0*)

TRANSPARENCIA IMPORTANTISIMA

TRANSPARENCIA IMPORTANTISIMA



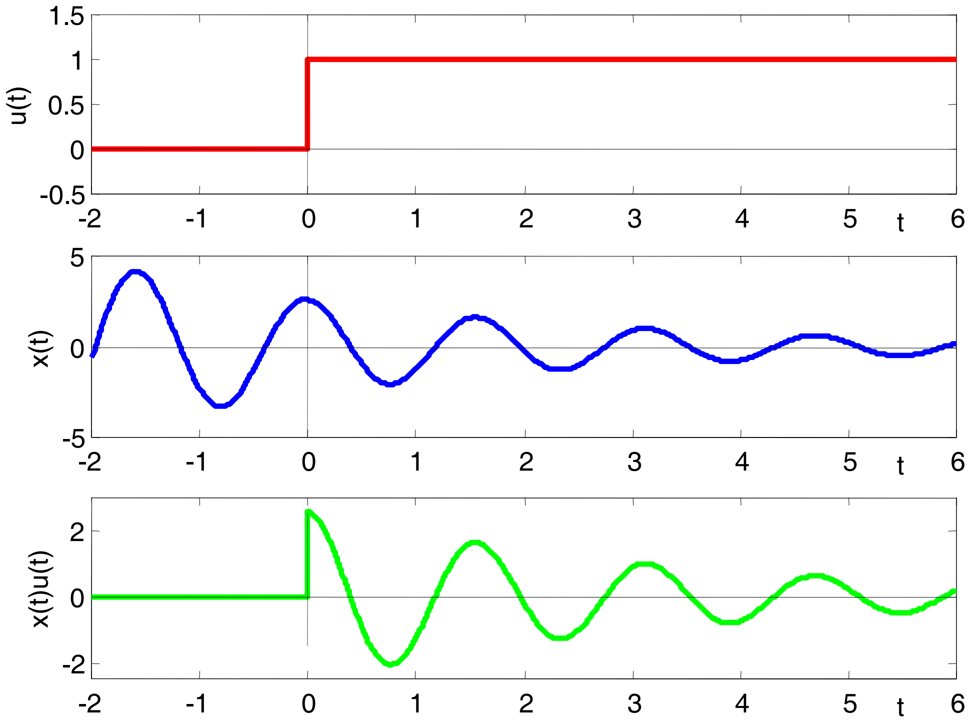


Escalón unidad

Señal escalón:

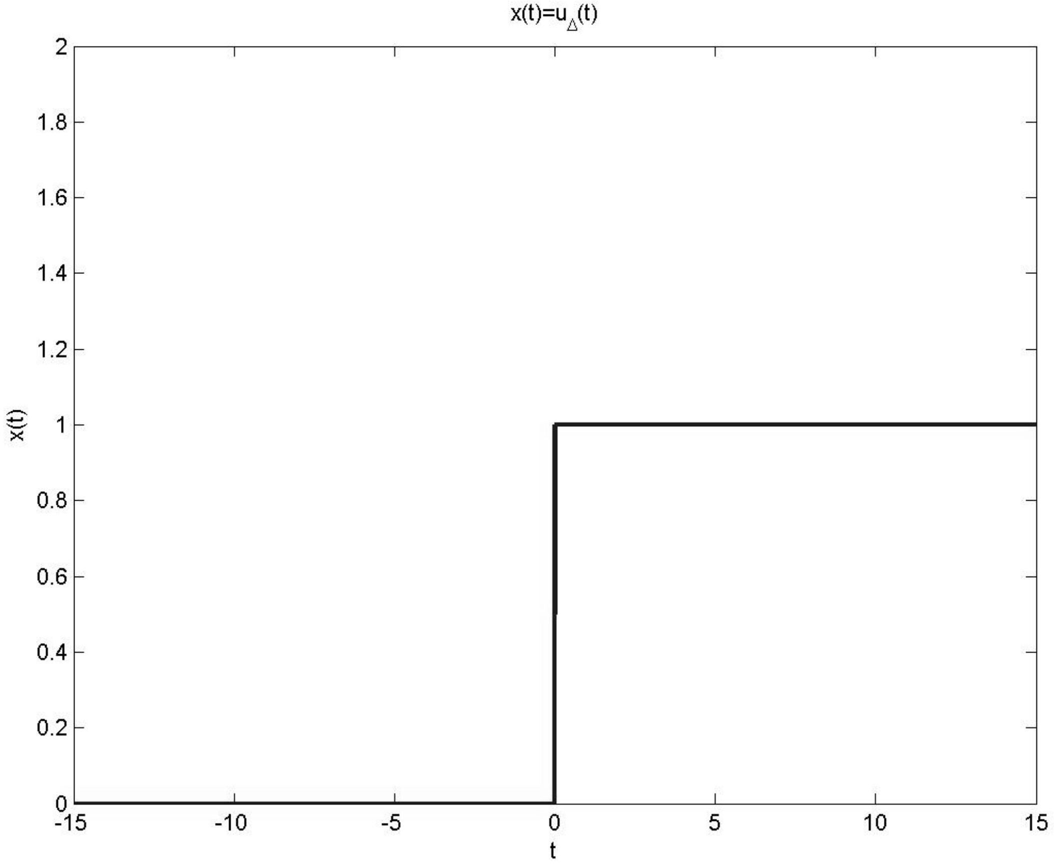
$$u(t) = \begin{cases} 0, & si\ \ t < 0 \\ 1, & si\ \ t > 0 \end{cases}$$

- Causal
- *x*(*t*)·*u*(*t*) es causal y coincide con *x*(*t*) para *t>0*



Aproximación al escalón unidad

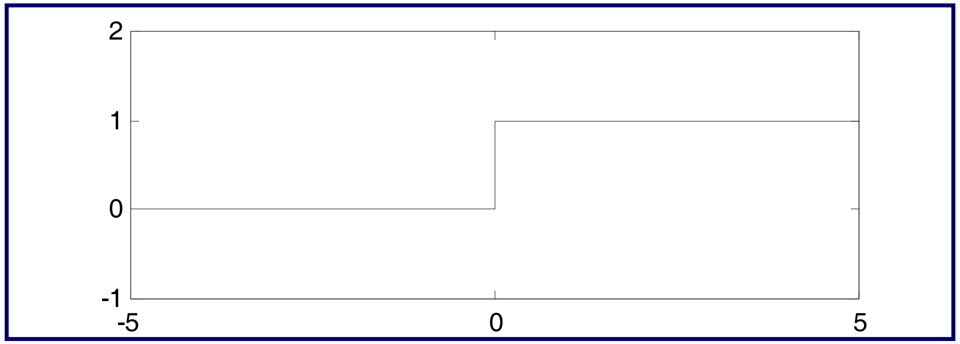
Aproximación $u_{\Delta}(t)$ al escalón unitario continuo



Relación entre el escalón y el impulso unidad (I)

Señal escalón unidad: $u(t)$

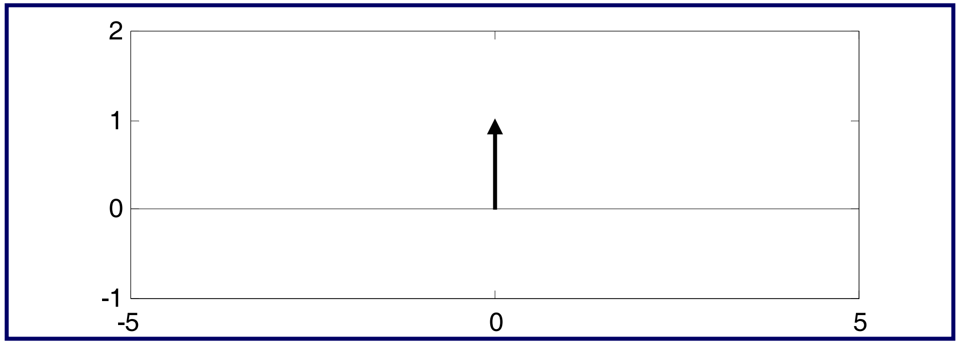
$$u(t) = \begin{cases} 0, & si \ \ t < 0 \\ 1, & si \ \ t > 0 \end{cases}$$



Señal impulso unidad: $\delta(t)$
(o Delta de Dirac)

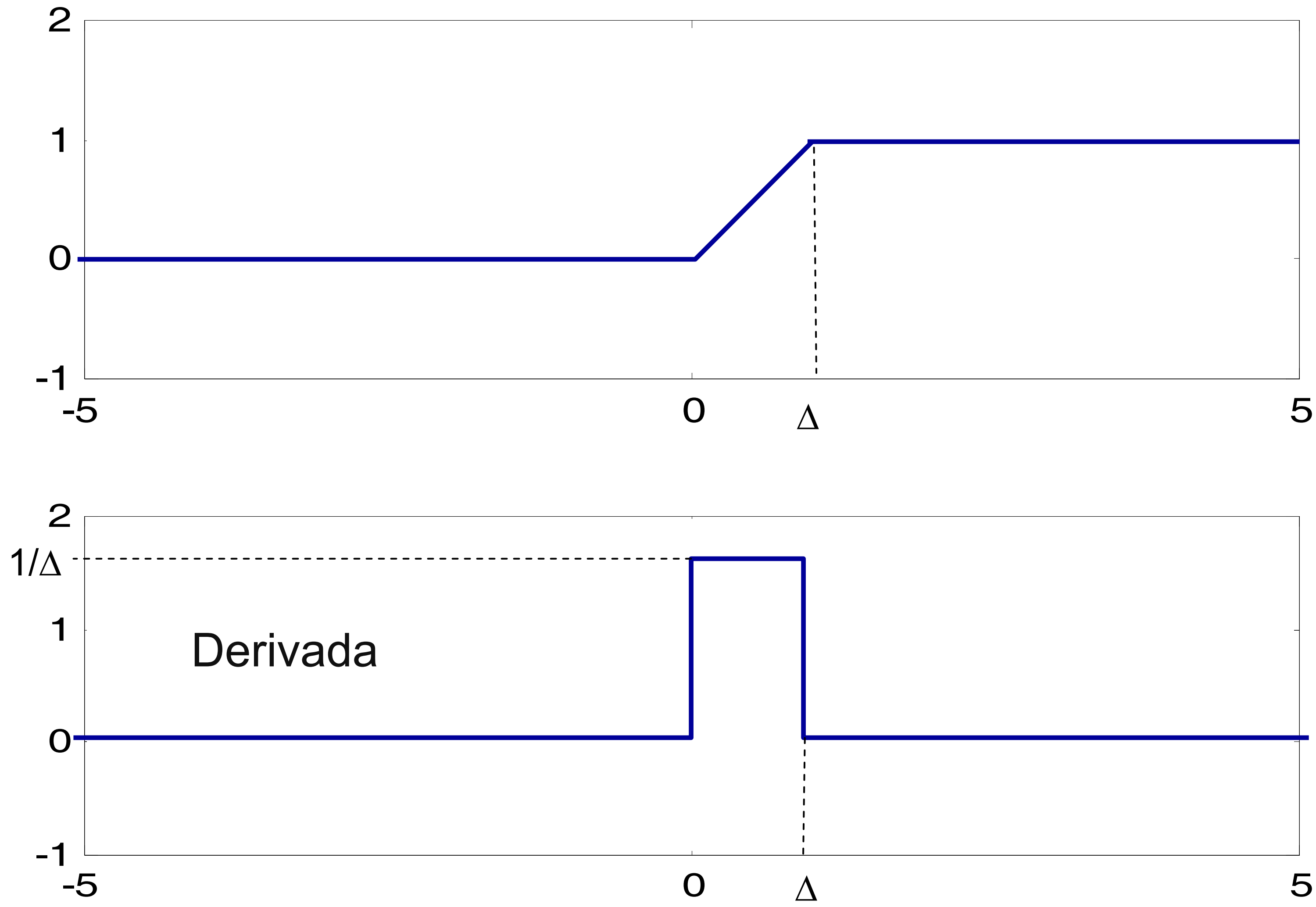
Esta no es una función....es algo "generalizado" un matematico se desmalla

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$



Relación entre el escalón y el impulso unidad (II)

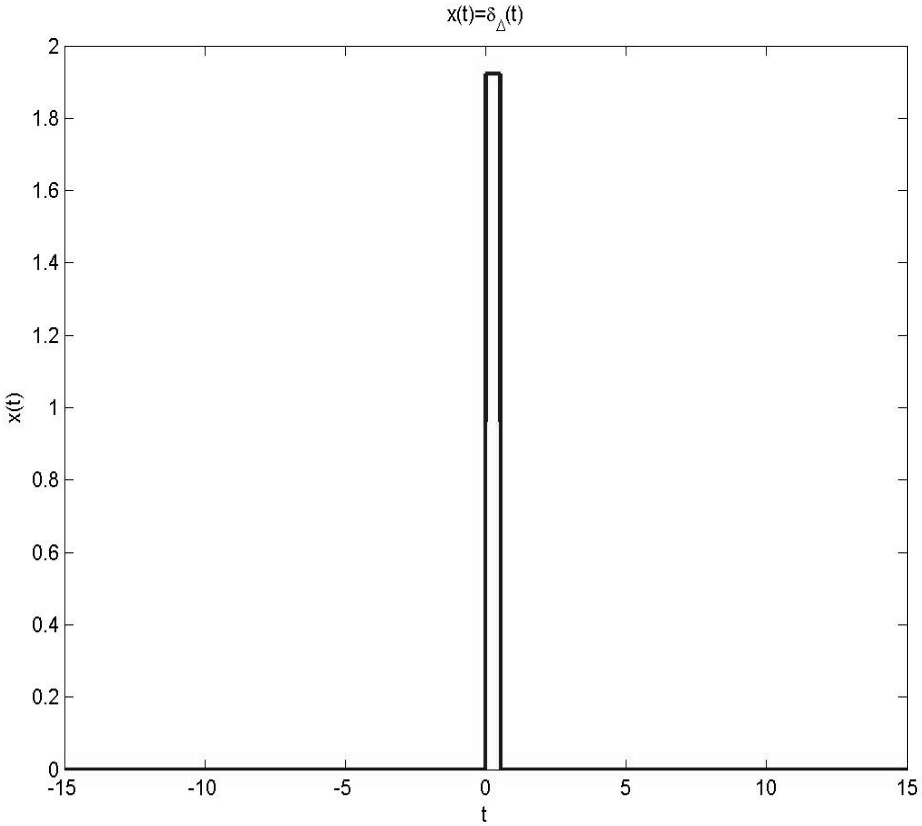
Esta no es una función....es algo "generalizado" un matematico se desmalla



Aproximación al impulso unidad

Aproximación $\delta_\Delta(t)$ al impulso unitario continuo

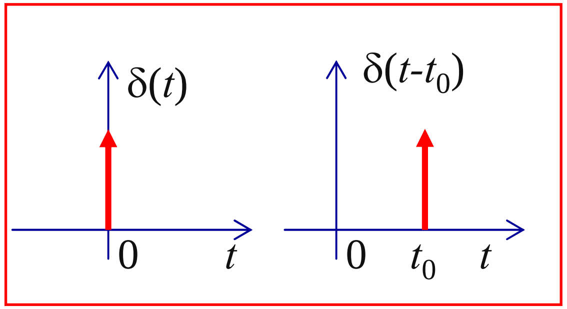
Esta no es una función....es algo "generalizado" un matematico se desmalla



Impulso unidad

Señal impulso unidad o delta:

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = u(t) = \begin{cases} 0, & si \ \ t < 0 \\ 1, & si \ \ t > 0 \end{cases}$$



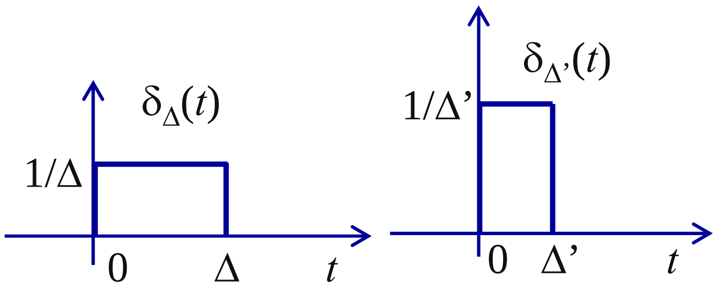
Significado:

Esta no es una función....es algo "generalizado" un matematico se desmalla

- Función auxiliar $\delta_\Delta(t)$
- El área encerrada es 1
- Su integral desde $-\infty$ hasta t es cero si t<0 ó 1 si t>1

$$\delta_\Delta(t) = \begin{cases} 0, & si \ t < 0 \\ 1/\Delta, & si \ 0 < t < 1/\Delta \\ 0, & si \ t > 1/\Delta \end{cases}$$

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} \delta_\Delta(t)$$



Propiedades impulso unidad

TRANSPARENCIA IMPORTANTE

- Propiedades de la función $\delta(t)$

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau)d\tau = 1$$

$$\int_{-\infty}^{-\varepsilon} \delta(\tau)d\tau = \int_{\varepsilon}^{\infty} \delta(\tau)d\tau = 0$$

$$\int_{0}^{\infty} \delta(t-\tau)d\tau = u(t)$$

$$x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t)$$

$$x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0)$$

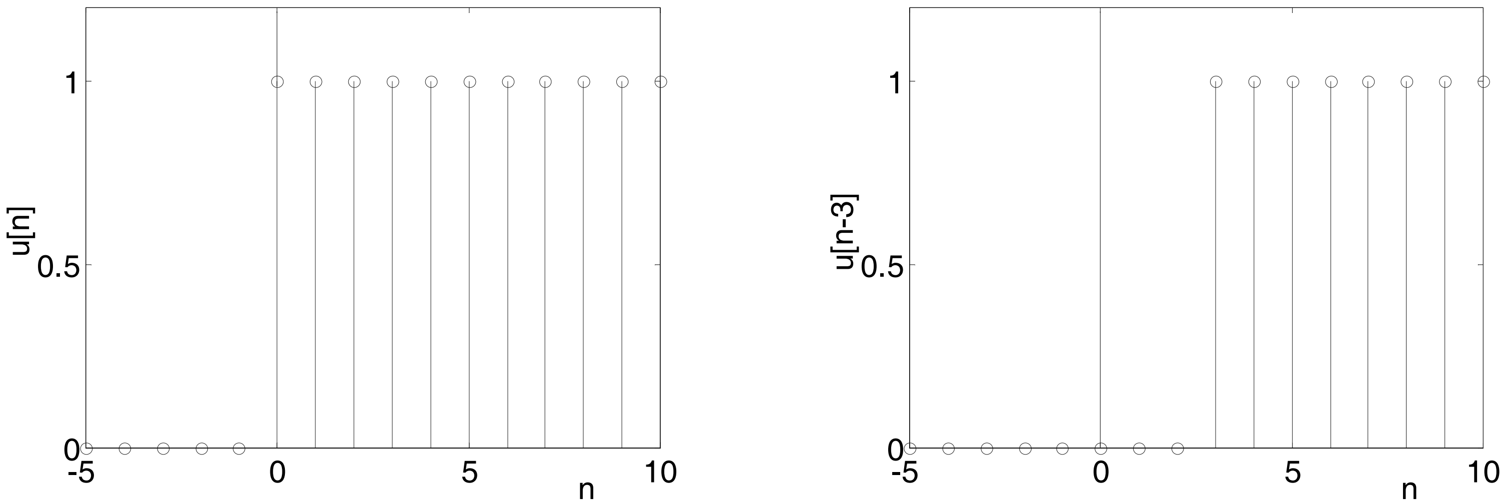
$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} x(\tau)\delta(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(\tau)d\tau = x(0)$$

Escalón unidad discreto

Señal escalón:

$$u[n] = \begin{cases} 0, & si\ n < 0 \\ 1, & si\ n \geq 0 \end{cases}$$

- Causal
- $x[n]\cdot u[n]$ es causal y coincide con $x[n]$ para $n \geq 0$



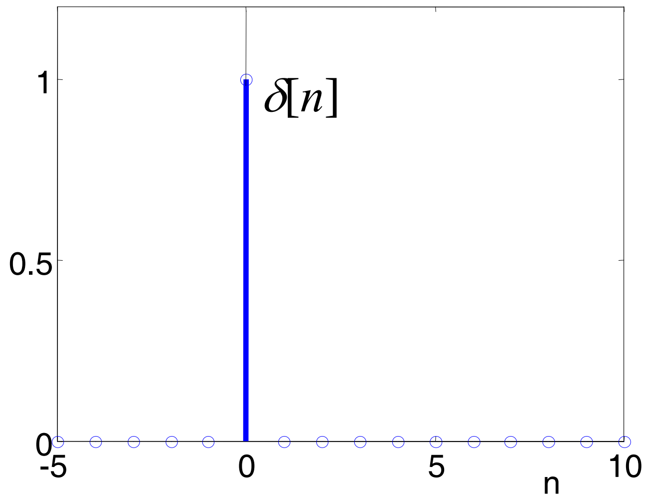
Impulso unidad discreto

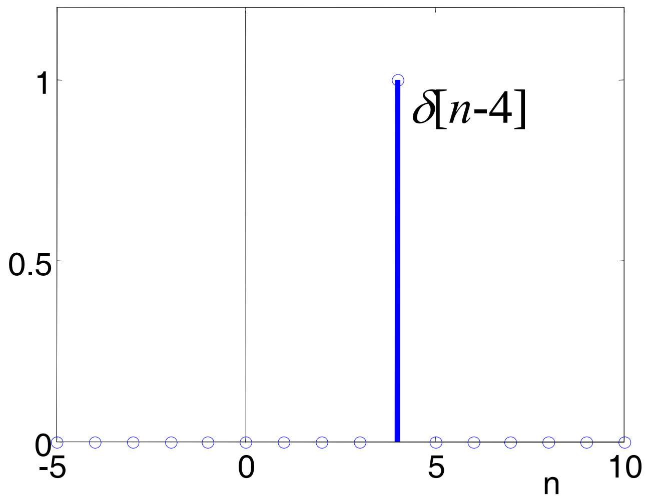
Señal impulso unidad:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & si\ n = 0 \\ 0, & si\ n \neq 0 \end{cases}$$

Esta funcion no da problemas

(o Delta de Kronecker)
No presenta ninguna dificultad en su definición ni en su representación





Propiedades impulso unidad

- Propiedades de la función $\delta[n]$

TRANSPARENCIA IMPORTANTE

$$\sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k] = u[n]$$

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

$$\sum_{-N}^{N} \delta[n] = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta[n] = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta[n-n_0] = 1$$

$$\sum_{-\infty}^{-N} \delta[n] = \sum_{N}^{\infty} \delta[n] = 0 \quad (N > 0)$$

$$x[n]\delta[n] = x[0]\delta[n]$$

$$x[n]\delta[n-n_0] = x[n_0]\delta[n-n_0]$$

$$\sum_{-N}^{N} x[n]\delta[n] = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n]\delta[n] = x[0]$$

Exponencial discreta

3.2.c) Señales exponenciales complejas de tiempo discreto:

$x[n]=A\cdot\alpha^n$; A, $\alpha=e^\beta$ y β son números complejos

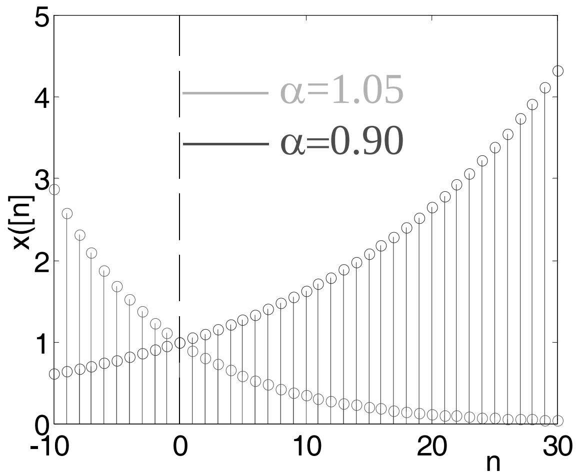
Se puede distinguir entre:

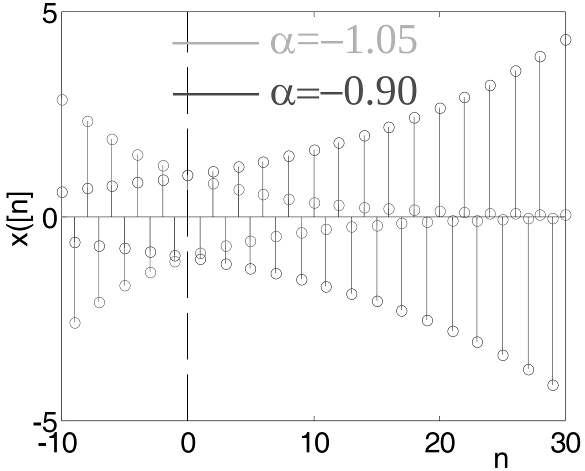
i) Secuencia exponencial real: A y α son reales

ii) Secuencias sinusoidales $|\alpha|=1$ ($\alpha=e^{j\Omega}$)

iii) Secuencias con oscilaciones de amplitud variable $|\alpha|\neq 1$, $\mathrm{Im}\{\alpha\}\neq 0$

3.2.c.i) Secuencia exponencial real ($A=1$ por simplicidad):





Sinusoidal discreta

Secuencia sinusoidal $|\alpha|=1$ ($\alpha=e^{j\Omega}$, $A=1$ por simplicidad):

$$x[n]=e^{j\Omega n}$$

- Señal compleja ($\mathrm{Im}\{x[n]\}\neq 0$)
- Periodicidad:

$$x[n+N]=e^{[j\Omega(n+N)]}=e^{j\Omega n}\cdot e^{j\Omega N} \Rightarrow$$

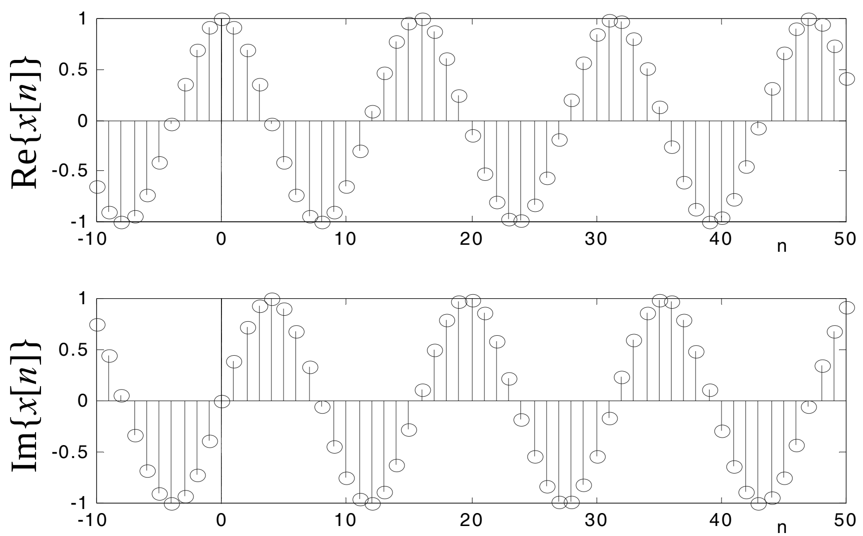
$$x[n+N]=x(n),\ \forall n \Leftrightarrow e^{j\Omega N}=1 \Leftrightarrow \Omega N=2m\pi$$

Periódica $\Leftrightarrow \Omega\cdot N=2m\pi$

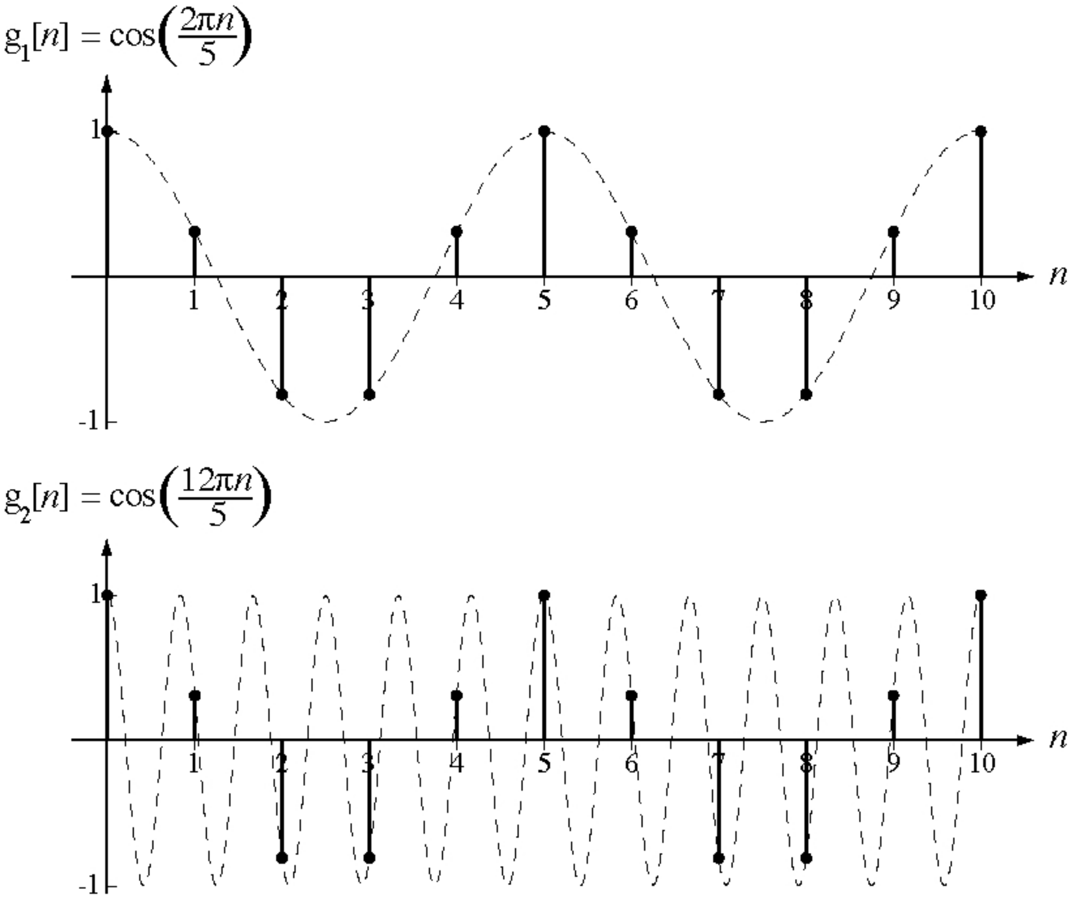
Armónicos: $\phi_k[n]=e^{jk\Omega n}$; sólo N diferentes

- No causal

Para $\Omega=0.4\neq 2m\pi/N$



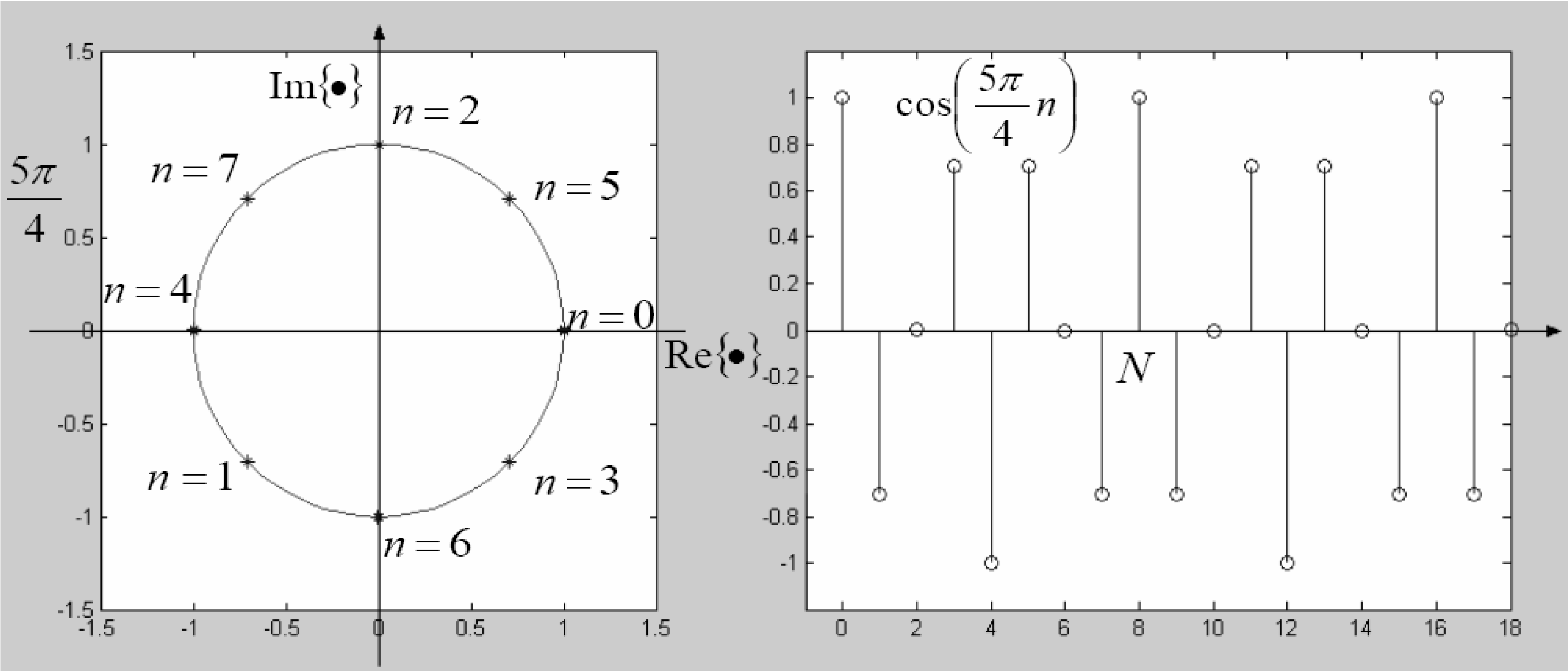
Ejemplo de periodicidad discreta (I)



Ejemplo de periodicidad discreta (II)

$$x[n] = e^{j\frac{5\pi}{4}n} = \cos(\frac{5\pi}{4}n) + j\cdot\mathrm{sen}(\frac{5\pi}{4}n)$$

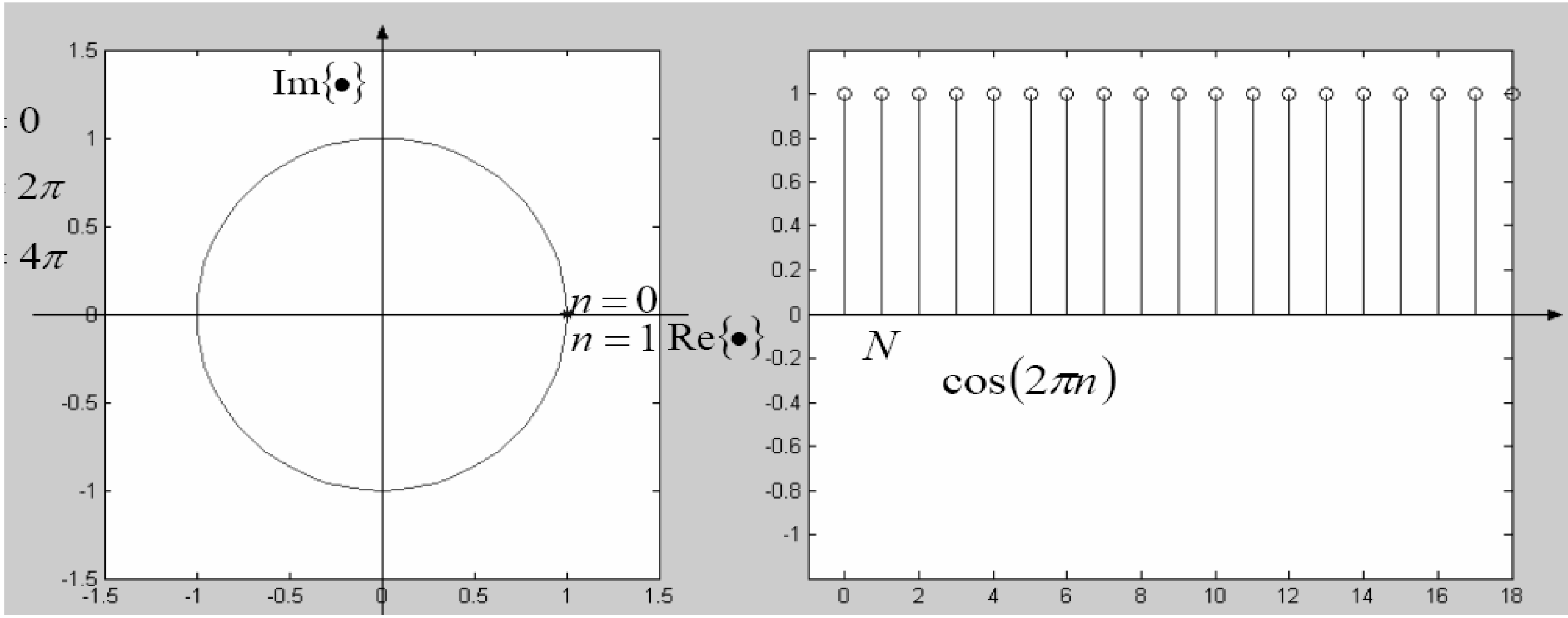
$$\frac{N}{m} = \frac{2\pi}{\Omega} \rightarrow \frac{N}{m} = \frac{2\pi}{5\pi/4} \rightarrow N = 8, \qquad m = 5$$

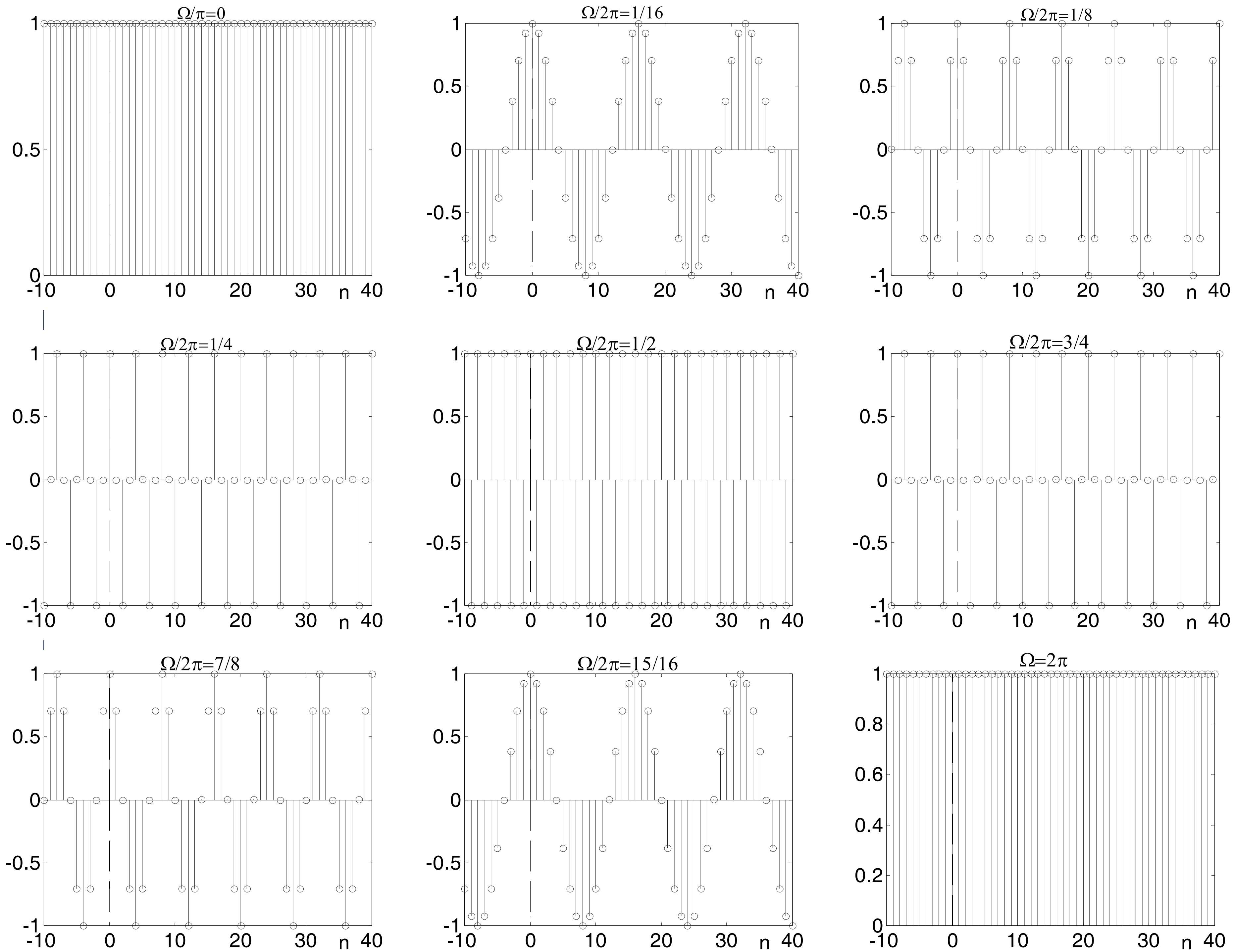


Ejemplo de periodicidad discreta (III)

$$x[n] = e^{j2\pi n} = \cos(2\pi n) + j\cdot \mathrm{sen}(2\pi n)$$

$$\frac{N}{m} = \frac{2\pi}{\Omega} \rightarrow \frac{N}{m} = \frac{2\pi}{2\pi} \rightarrow N = 1, \qquad m = 1$$





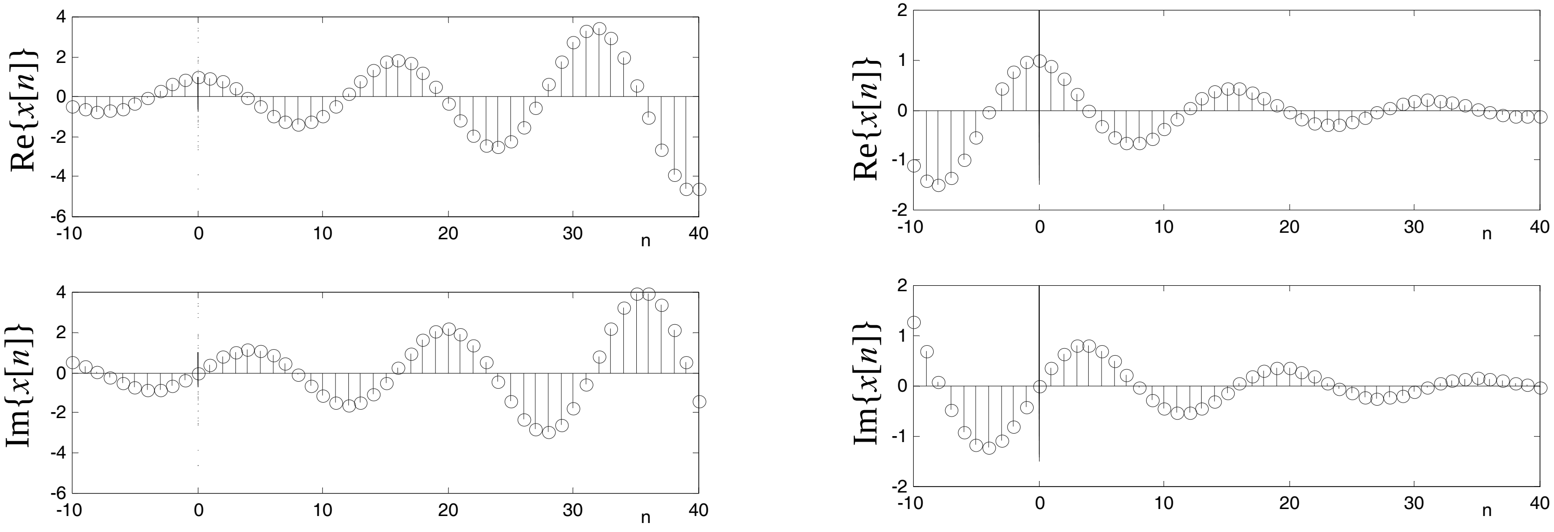
Ω/π=0
1
0.5
0
-10
0
10
20
30
n
40
Ω/2π=1/16
1
0.5
0
-0.5
-1
-10
0
10
20
30
n
40
Ω/2π=1/8
1
0.5
0
-0.5
-1
-10
0
10
20
30
n
40
Ω/2π=1/4
1
0.5
0
-0.5
-1
-10
0
10
20
30
n
40
Ω/2π=1/2
1
0.5
0
-0.5
-1
-10
0
10
20
30
n
40
Ω/2π=3/4
1
0.5
0
-0.5
-1
-10
0
10
20
30
n
40
Ω/2π=7/8
1
0.5
0
-0.5
-1
-10
0
10
20
30
n
40
Ω/2π=15/16
1
0.5
0
-0.5
-1
-10
0
10
20
30
n
40
Ω=2π
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-10
0
10
20
30
n
40

Exponencial compleja discreta

Secuencia exponencial $\alpha = |\alpha| e^{j\Omega}$, $A = |A| \cdot e^{j\theta}$

$$x[n] = A \cdot \alpha^n = |A| |\alpha|^n \, e^{(j\Omega n + j\theta)}$$

- Señal compleja ($\mathrm{Im}\{x[n]\} \neq 0$)
- Oscilaciones que crecen si $|\alpha|>1$ o se amortiguan si $|\alpha|<1$
- No periódica
- No causal



Comparación sinusoidales de tiempo continuo y discreto

Tiempo continuo: $e^{j\omega_0 t}$

- Si ω_0 crece, la frecuencia aumenta
- Si ω_0 decrece, la frecuencia decrece
- Si $\omega_0 \neq \omega'_0 \Rightarrow$ las señales son diferentes
- $e^{j\omega_0 t}$ es siempre periódica
- Periodo fundamental $T_0 = 2\pi/|\omega_0|$
- Frecuencia fundamental $f_0 = |\omega_0|/2\pi$
- Pulsación fundamental $|\omega_0|$
- Infinitos armónicos diferentes

Tiempo discreto: $e^{j\Omega_0 n}$

- Si Ω_0 crece, la frecuencia NO siempre aumenta
- Si Ω_o decrece, la frecuencia NO siempre disminuye
- Si $\Omega_0 = \Omega'_0 + 2k\pi \Rightarrow$ las señales son iguales:

$$e^{j\left(\Omega'_0 + 2k\pi\right)n} = e^{j\Omega_0 n}$$

- $e^{j\Omega_0 n}$ es periódica $\Leftrightarrow$ $\Omega_0 = 2m\pi/N$
- Si es periódica $\Rightarrow$
  - Periodo fundamental $N_0 = N$ si N y m son primos entre sí
  - Frecuencia fundamental $f_0 = 1/N_0$
  - Pulsación fundamental $2\pi f_0 = 2\pi/N_0$
  - Sólo N_0 armónicos diferentes

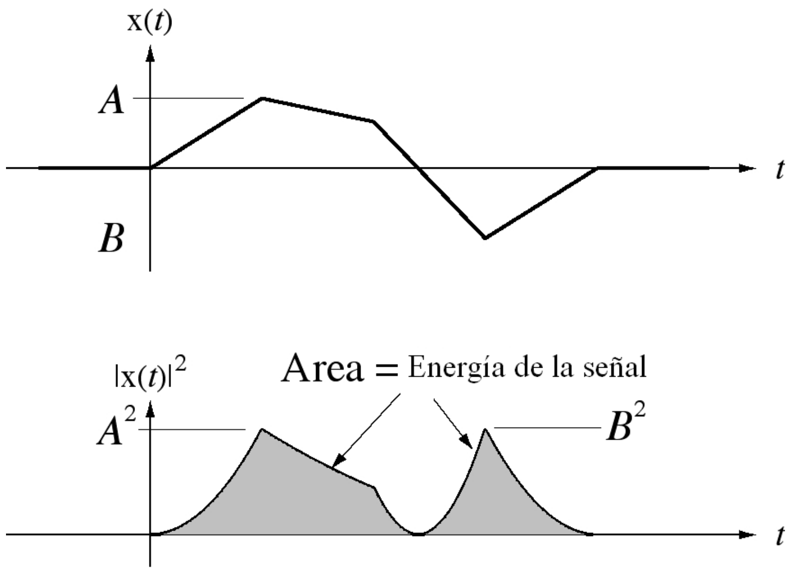
3.3. Energía y potencia de una señal

- Energía
  - Integral del módulo al cuadrado de la amplitud
- Potencia
  - Energía por unidad de tiempo

- Una señal con energía finita es una señal *definida en energía*

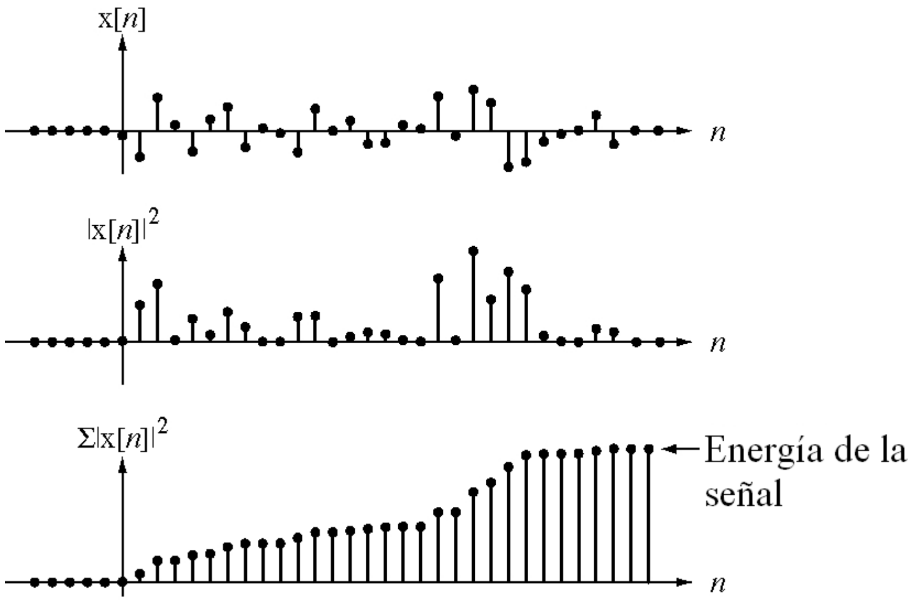
- Una señal con energía infinita y potencia finita es una señal *definida en potencia*

Energía



Energía de una señal continua *x*(*t*):

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \mathrm{x}(t) \right|^2 dt$$



Energía de una señal discreta *x*[*n*]:

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| \mathrm{x}[n] \right|^2$$

Potencia

- Cuando la energía es infinita es más conveniente definir la **potencia** de la señal

	Continua	Discreta
Periódica	$P_x = \frac{1}{T}\int_T \left\|\mathrm{x}(t)\right\|^2 dt$	$P_x = \frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle} \left\|\mathrm{x}[n]\right\|^2$
No Periódica	$P_x = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left\|\mathrm{x}(t)\right\|^2 dt$	$P_x = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N}\sum_{n=-N}^{N-1} \left\|\mathrm{x}[n]\right\|^2$

Síntesis

1. Señales:
   - Tiempo continuo
   - Tiempo discreto

2.1. Transformaciones:
- Desplazamiento: $x_1(t)=x(t-t_0)$; t_0 real
  $x_1[n]=x[n-n_0]$; n_0 entero
- Reflexión: $x_1(t)=x(-t)$
  $x_1[n]=x[-n]$
- Cambio de escala: $x_1(t)=x(a\cdot t)$
  $x_1[n]=x[a\cdot n]$

2.2. Propiedades de la señal:
- Simetría: Par: $x(t)=x(-t)$; $x[n]=x[-n]$
  Impar: $x(t)=-x(-t)$; $x[n]=-x[-n]$
- Periódica: $\exists\, T\in \Re^{+}$ t.q. $x(t+T)=x(t),\ \forall t$
  $\exists\, N\in Z^{+}$ t.q. $x[n+N]=x[n],\ \forall n$
- Causal: $x(t)=0,\ \forall t<0$; $x[n]=0,\ \forall n<0$

3. Señales básicas
   3.1. Tiempo continuo:
   $e^{(j\omega t)}$, $A\cdot e^{(at+jbt)}$, $u(t)$, $\delta(t)$
   3.2. Tiempo discreto:
   $u[n]$, $\delta[n]$, $A\cdot a^{n}$, $e^{(j\Omega n)}$
   3.3 Energía y potencia de una señal:

Continuo	Discreto
$E_x=\int_{-\infty}^{\infty}\lvert x(t)\rvert^2\,dt$	$E_x=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\lvert x[n]\rvert^2$
$P_x=\frac{1}{T}\int_T \lvert x(t)\rvert^2\,dt$	$P_x=\frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle}\lvert x[n]\rvert^2$
$P_x=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\lvert x(t)\rvert^2\,dt$	$P_x=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N}\sum_{n=-N}^{N-1}\lvert x[n]\rvert^2$